

Nadel im Heuhaufen

Martin Lieberherr, MNG Rämibühl, 8001 Zürich

Einleitung

Sie kennen sicher das Sprichwort von der Nadel im Heuhaufen, die es zu suchen gilt. Es kam mir wieder in den Sinn, als ich einen Zahlenvergleich anstellen wollte. Aber es war mir nicht ganz wohl dabei, denn der saftige Vergleich unter den dürren ist eben auch von der Art "Nadel im Heuhaufen". Praktischerweise haben wir an unserer Schule ein wunderbares Instrument zur Weiterbildung: Schüler und Schülerinnen, die meinen pädagogischen Bemühungen aus dem Weg gehen, indem sie nicht (rechtzeitig) zu meinen Stunden erscheinen. Sie mussten mir einen Heuhaufen ausmessen, damit ich die Daten für diesen Artikel bekam.

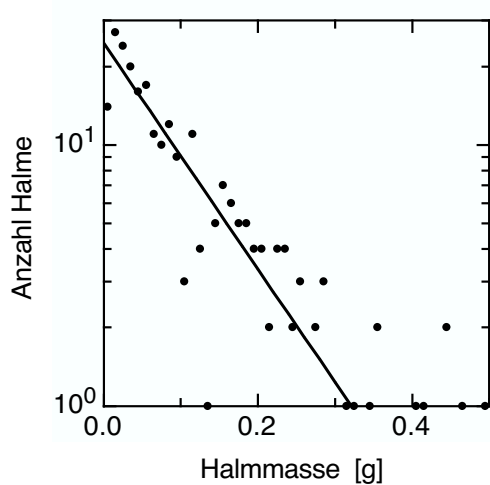
Experiment

In der Biologieabteilung unserer Schule stehen Terrarien mit Degus. Der Degu stammt aus Südamerika und gehört zur Gattung der Trugratten. Er ist ein Verwandter des Meerschweinchens und des Chinchilla. Das Terrarium unserer Degus ist mit Heu ausgelegt, das vom Gelände der Schule stammt. Von diesem Heu habe ich mir eine Plastiktasche voll ausgeliehen. Meine beiden jüngeren Strafarbeiter zupften Halm um Halm heraus und legten ihn auf die Waage. Die akkumulierte Masse ist in Figur 1 aufgezeichnet. Wir verwendeten eine Mettlerwaage mit 0.01 g Auflösung. Das war etwas knapp, wie sich später herausgestellt hat. Die Liste ist dann vom älteren Sträfling in den Computer eingegeben worden.

Ich stopfte anschliessend alles Heu in einen Glaszylinder und bestimmte Volumen und Gesamtmasse. Aus diesen Werten bestimmte ich die Dichte von leicht gepresstem Heu zu 60 kg/m^3 . Das ist eine Dichte, wie sie in einem Haufen aus losem Heu zu erwarten ist. Gepresste Heuballen haben Dichten zwischen 100 und 160 kg/m^3 , je nach Feuchte und Pressstärke auch noch etwas mehr.

Auswertung

In Figur 1 ist die akkumulierte Masse der Heualme als Funktion der Halmzahl dargestellt. Die Masse nimmt natürlich zu, aber nicht ganz gleichmässig. Dahinter verbirgt sich vielleicht ein Auswahleffekt: Die Schüler zupften zuerst die grösseren Halme heraus, deshalb wächst der Graph am Anfang rascher.



Figur 3: Halblogarithmische Darstellung der Hufigkeitsverteilung der Halmmassen. Die beigefügte Regressionslinie geht zu einer Exponentialfunktion der Art $y = A \exp(-m/\mu)$ mit $\mu = 0.10$ g.

Man sieht, dass die Halme vermutlich exponentialverteilt sind. Nur zur Kontrolle versuchte ich auch noch eine doppelt logarithmische Darstellung. Da sich dann keine Gerade ergibt, sind die Halmmassen nicht nach einem Potenzgesetz verteilt.

Der Erwartungswert einer Exponentialverteilung $y = \mu^{-1} \exp(-m/\mu)$ ist gerade μ und die Varianz μ^2 . Figur 3 ist nicht auf 100% normiert, deshalb ergibt sich bei der Regression ein anderer Vorfaktor.

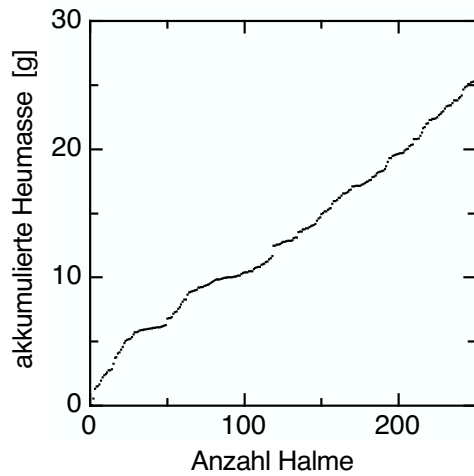
Wir erhalten aus Figur 1 und aus Figur 3 mittlere Halmmassen von gerundet 0.1 g. Wenn wir uns einen Heustock von $(4 \text{ m})^3$ vorstellen mit einer Dichte von 60 kg/m^3 , so enthält er $(4 \text{ m})^3 \cdot 60 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} / 10^{-4} \text{ kg} \approx 40$ Millionen Halme.

Schlussfolgerungen

Durch eine statistische Analyse von Heuhalmern und eine einfache Abschätzung haben wir herausgefunden, dass der Vergleich von der Nadel im Heuhaufen in dieselbe Kategorie gehört wie "one Queen among all English". Die Analogie lässt sich allerdings nicht / sogar noch weiter treiben, denn "a needle has a point".

Danksagung

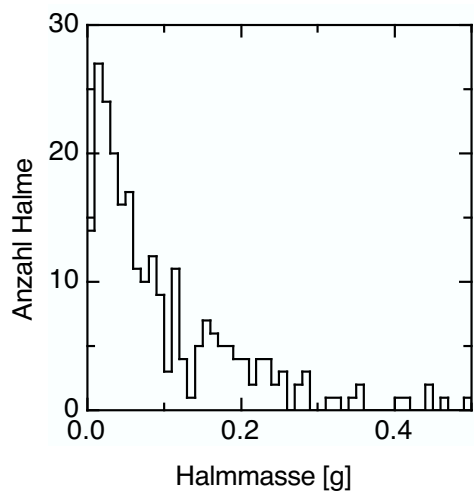
Ich danke unserem Biologieassistenten, Herrn Tuor, für das Heu, Manuela und Eric aus der Klasse 2e für das Wägen der Heuhalme sowie Thomas (4f) für das Abtippen der Liste.



Figur 1: Masse des Heuhaufens auf der Waage als Funktion der Halmzahl.

Eine lineare Regression liefert als Ordinatenabschnitt 1.99 g und als Steigung 0.0892 g/Halm. Der Korrelationskoeffizient beträgt 0.9950.

Ich wollte mit Hilfe der in Figur 1 dargestellten Daten herausfinden, wie viele Halme man in einem Heuhaufen findet, aber die Halmmassen sind nicht regelmässig verteilt. Um mir ein Bild von der Verteilung zu machen, erstellte ich ein Histogramm der Halmmassen (Figur 2).



Figur 2: Verteilung der Halmmassen

Wie man an Figur 2 unschwer sieht, sind die Halmmassen nicht normalverteilt. Die leichten Halme sind übervertreten. Das Histogramm ähnelt aber einer Exponentialverteilung. Um diese Hypothese zu testen, stellte ich das Histogramm auch noch semilogarithmisch dar (Figur 3).