

## Lo zero

Nel cap. VII dell'*Introductio in analysin infinitorum*, in cui Eulero presenta esponenziali e logaritmi, si legge "... si Exponens infinite parum cyphram excedat ..." (se l'esponente supera lo zero di infinitamente poco) ed anche "ut tantum non nihilo sit æqualis ..." (da non essere però uguale a zero): ci è sembrato utile e interessante proporre alcune informazioni sulla storia e l'etimologia dello zero. Qui di seguito l'intero estratto:

114. **Q**uia est  $a^0 = 1$ , atque crescente Exponente ipsius  $a$  simul valor Potestatis augetur, si quidem  $a$  est numerus unitate major; sequitur si Exponens infinite parum cyphram excedat, Potestatem ipsam quoque infinite parum unitatem esse superaturam. Sit  $\omega$  numerus infinite parvus, seu Fractio tam exigua, ut tantum non nihilo sit æqualis, erit  $a^\omega = 1 + \psi$ , existente  $\psi$  quoque numero infinite parvo. Ex præcedente enim capite constat nisi  $\psi$  esset numerus infinite parvus, neque  $\omega$  talem esse posse. Erit ergo vel  $\psi = \omega$ , vel  $\psi > \omega$ , vel  $\psi < \omega$ , quæ ratio utique a quantitate litteræ  $a$  pendebit, quæ cum adhuc sit incognita, ponatur  $\psi = k\omega$ , ita ut sit  $a^\omega = 1 + k\omega$ ; & sumpta  $a$  pro basi Logarithmica, erit  $\omega = l(1 + k\omega)$ .

114. Poiché è  $a^0 = 1$ , e crescendo l'esponente dello stesso  $a$  aumenta allo stesso tempo il valore della potenza, se  $a$  è maggiore dell'unità; segue che se l'esponente supera anche di infinitamente poco lo zero, la potenza supererà di infinitamente poco l'unità. Sia  $\omega$  un numero infinitamente piccolo, cioè una frazione talmente piccola da non essere però uguale a zero (al nulla), sarà  $a^\omega = 1 + \psi$ , in cui  $\psi$  è un numero esistente infinitamente piccolo. Dal capitolo precedente infatti si sa che se  $\psi$  non fosse un numero infinitamente piccolo, neppure  $\omega$  potrebbe essere tale. Sarà dunque  $\psi = \omega$  o  $\psi > \omega$  o  $\psi < \omega$  e il rapporto tra i due numeri dipenderà comunque da  $a$ , e poiché questa non è conosciuta, si ponga  $\psi = k\omega$ , così che sia  $a^\omega = 1 + k\omega$  e, assumendo  $a$  come base del logaritmo, si avrà  $\omega = l(1 + k\omega)$ .

<http://www.maths-rometus.org/mathematiques/maths-et-nombres/chiffres.asp> e altri

**I Babilonesi (3000 a.C. – 200 d.C.)**<sup>1</sup> utilizzarono – verso il 200 o 300 a.C. (ai tempi della conquista di Alessandro il Grande) un simbolo (due cunei inclinati) per indicare un posto vuoto all'interno di un numero (Seife, nel suo libro *Zero. La storia di un'idea pericolosa* lo chiama "segnaposto"), ma questo simbolo non è ancora considerato un numero.

[http://it.wikipedia.org/wiki/Sistema\\_di\\_numerazione\\_babilonese](http://it.wikipedia.org/wiki/Sistema_di_numerazione_babilonese)

Nel III sec. a.C. allora compare il più antico zero della storia, quello babilonese appunto. Due segni (cunei) obliqui appaiati o parzialmente sovrapposti. Tale cifra però non fu concepita come una quantità, un numero nullo su cui operare. [Ad esempio], 20 – 20 (20 meno 20) non ha in questo sistema un risultato. Ed in una distribuzione di granaglie invece di dire "il risultato è zero", a Babilonia si dice "Il grano è finito".

Lo zero babilonese veniva messo negli spazi vuoti tra i simboli. Esso dunque sta per spazio (oppure ordine) vuoto, ma non c'è coincidenza tra spazio vuoto e un nulla (uno zero), tra lo zero babilonese e "10 meno 10". Lo zero non veniva generalmente messo alla fine del numero (come da noi con 10, 100, 1000 etc.) anche se questo [uso] fu spesso incoraggiato (alla fine, ma anche all'inizio del numero) dagli astronomi che lo utilizzavano per rappresentare frazioni tipo 34/10 o numeri come 0,5 (questa consuetudine fu ripresa pari pari dall'Ellenismo).

<sup>1</sup> (Boyer, pag. 29) "La civiltà fiorita nella Mesopotamia viene spesso indicata come civiltà babilonese, sebbene tale designazione non sia rigorosamente corretta. La città di Babilonia non fu fin dall'inizio (né lo fu sempre in periodi posteriori) il centro della cultura legata ai due fiumi, ma per convenzione si suole usare informalmente il termine "babilonese" per indicare la regione mesopotamica durante tutto il periodo che va dal 2000 circa al 600 a.C. Allorché nel 538 a.C. Babilonia cadde in mano a Ciro, re di Persia, la città venne risparmiata, ma l'impero babilonese era finito. La matematica "babilonese", tuttavia, continuò durante il periodo seleucico in Siria fino all'inizio dell'Era cristiana."

Nel testo di Seife, viene riportato (a pagina 24) che “con la numerazione babilonese, che fa uso di zero, rappresentare i numeri frazionari è facile: così come noi scriviamo 0,5 per  $\frac{1}{2}$  e 0,75 per  $\frac{3}{4}$ , i Sumeri rispettivamente scrivevano 030 ( $0[x 1 + ]30[x 1/60]$ ) e 045 ( $0[x 1 + ]45[x 1/60]$ )”<sup>2</sup>

Secondo Boyer, “la maggior parte dei più importanti contributi matematici risalgono al periodo più antico, ma ve ne è uno che non appare anteriormente al 300 a.C. Sembra che in un primo tempo i babilonesi non disponessero di alcun metodo chiaro per indicare una posizione “vuota”: cioè non possedevano nessun simbolo per lo zero anche se, talvolta, lasciavano uno spazio vuoto dove si intendeva uno zero. [...] Tuttavia ai tempi della conquista di Alessandro il Grande si disponeva già di un segno speciale, consistente in due piccoli cunei disposti obliquamente, segno che era stato introdotto perché servisse come indicatore di spazio dove mancava una cifra.”

**Gli Indiani (200 – 1200)** introdussero il segno zero, dandogli la forma arrotondata che conosciamo, presumibilmente verso il quinto secolo: era una cifra posizionale, che permetteva di moltiplicare un'altra cifra per 10. Non è solamente il vuoto, il niente o la quantità nulla, ma un numero a tutti gli effetti. Con soli 10 simboli (le cifre da 0 a 9) è possibile rappresentare qualsiasi numero, anche grandissimo.

Bhaskara II, detto l'Insegnante (1114-1185), tra molte questioni si occupò anche delle operazioni con lo 0 (compresa la divisione per zero).

Dagli Indiani lo zero era chiamato *shūnya*, *bindu* o *châkrâ* (“vuoto”) a seconda della sua forma

### **Gli Arabi (700 – 1400)**

Gli Arabi hanno avuto un ruolo fondamentale nella storia della matematica: riprendendo e migliorando le conoscenze dei Greci e degli Indiani permisero il rinnovamento scientifico europeo in algebra e in geometria. A loro si devono in particolare l'algebra moderna e la trigonometria.

Ripresero le 10 cifre usate in India.

Dagli Arabi lo zero era chiamato *sifr*, che significa “vuoto”; il vocabolo *sifr* sta anche all'origine del nostro “cifra”.

**Leonardo Fibonacci o Pisano** (?1170 – ?1250) imparò la matematica in Africa del Nord, dove si era spostato con suo padre, commerciante; si convinse che gli indo-arabi avevano i migliori metodi di calcolo e nel 1202 pubblicò il suo *Liber abbaci* che permise di diffondere in Occidente la scienza matematica degli Arabi e dei Greci. Vi spiega la notazione posizionale del nostro sistema di numerazione, i metodi per calcolare le operazioni elementari e per cercare una radice quadrata o cubica. Fu il primo a utilizzare la cifra 0 nei suoi lavori di algebra. Ci vollero però ancora circa 300 anni per arrivare alla nostra scrittura dei numeri decimali.

In [http://la.wikisource.org/wiki/Liber\\_abbaci\\_-\\_Capitulum\\_I\\_-\\_Incipit\\_primum\\_capitulum](http://la.wikisource.org/wiki/Liber_abbaci_-_Capitulum_I_-_Incipit_primum_capitulum) si legge, all'inizio del primo capitolo:

*Novem figure indorum he sunt 9 8 7 6 5 4 3 2 1 Cum his itaque novem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur.*

9 8 7 6 5 4 3 2 1 sono le nove cifre degli indiani. Con queste 9 cifre e con questo segno 0, che è chiamato dagli arabi *zephirum*, si scrive qualsiasi numero, come qui sotto si dimostra.

Come si vede, Fibonacci diede alla cifra 0 il nome di *zephirum*, che diventerà in italiano dapprima *zefiro* poi *zero*.

In latino, lo zero si chiamò anche *cephirum*, *cifra*, *tzyphra*, *cyphra*, *sifra*, *cyfra*, *zyphra*, ecc.; Eulero, attorno al 1760, usava ancora il termine *cyphra* (vedi il testo all'inizio).

Per indicare invece una cifra, Eulero usa il termine *figura* o *nota*: “*cujus ultima adhuc nota veritati est consentanea*” (la cui ultima cifra è ancora conforme al vero) scrive al §122 dell'*Introductio* dopo aver calcolato parecchie cifre del numero che poi chiamerà *e*; “*si Sinus & Cosinus non ad tot figuras desiderentur*” (se per seno e coseno non si desiderano tante cifre) scrive invece al §134.

---

<sup>2</sup> La numerazione era in base 60.

In <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Zero.html#s31> si può leggere un'esauriente storia dello zero.

Elenco di testi reperibili nelle biblioteche dei licei

**Robert KAPLAN**, *Zero: storia di una cifra*, Rizzoli, Milano, 1999

**Georges IFRAH**, *Storia universale dei numeri*, Mondadori, Milano, 1983 (in particolare *Come apparve il primo zero della storia*, pagina 419)

**Charles SEIFE**, *Zero: storia di un'idea pericolosa*, Bollati Boringhieri, Torino, 2002

Si prega di inviare eventuali osservazioni o correzioni a [cmsi@mail.com](mailto:cmsi@mail.com)