La vie et l'oeuvre de Ludwig Schäfli: son rôle sous-estimé dans le développement des mathématiques

Ruth Kellerhals

UNI FR

UNIVERSITÉ DE FRIBOURG
UNIVERSITÄT FREIBURG

Locarno - 3 octobre 2014


Ludwig Schläfli Prof.

Une bibliographie

- J. J. Burckhardt, Ludwig Schläfli, Beiheft 4 zur Zeitschrift Elemente der Mathematik, Basel 1948.
- J. H. Graf, Ludwig Schläfli, Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern (1896), 118–203.
- J. H. Graf, Die Exhumirung Jakob Steiner's und die Einweihung des Grabdenkmals Ludwig Schläfli's, Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern (1897), 6–24.
- R. Kellerhals, Der Mathematiker Ludwig Schläfli (15.01.1814 - 20.03.1895), DMV-Mitteilungen 4 (1996), 35–43.
- R. Kellerhals, Ludwig Schläfli - ein genialer Schweizer Mathematiker, Elem. Math. 65 (2010), 165–177.
- O. Schlaginhaufen, Der Schädel des Mathematikers Ludwig Schläfli, Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern (1931), 35–66.
- L. Schläfli, Gesammelte Mathematische Abhandlungen, 3 Bände, Birkhäuser, Basel 1950–1956.
- Der Briefwechsel zwischen Jakob Steiner und Ludwig Schläfli, Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern (1897), 61–264.

La vie de Ludwig Schläfli - la première partie

- né 15 janvier 1814 à Grasswil; 1 soeur et 2 frères
- 1829 entrée au lycée à Bern
- 1838 examen en théologie protestante
- 1837-1847 poste d'enseignant à Thun
- hiver 1843/1844 voyage à Rom avec Steiner, Jacobi et Lejeune-Dirichlet
- 1848 venia legendi et docent à l'Universität Bern
- 1853 nomination professeur associé
- 1854-1860 collaborateur Schweizerische Nationalversicherung

Quelques mots autobiographiques

An eine Autobiographie werde ich nicht Hand legen, denn mein Leben war zu unbedeutend; alle jungen Männer, mit denen ich fort und fort bekannt werde, haben mehr Bewusstsein, als ich im selben Alter gehabt habe. Das Wenige, was ich sagen kann, will ich Ihnen sogleich hin schreiben.

Als ich in die Bürgerschule kam und als unterster auf der hintersten Bank sass, zeichnete der alte Lehrer auf meine Schiefertafel ein Quadrat und einen Kreis und zwar sehr gut und hiess mich das nachmachen und die Tafel damit füllen. Ich hatte daran eine unvergessliche Freude. – Die Ausziehung der dritten Wurzel lernte ich von einem Schwager meiner Mutter, der Weber und Trüllmeister, vielleicht auch Feldmesser war. Die Destillation und die Bereitung des Wasserstoffs aus Wasserdampf und glühendem Eisen erklärte mir ein Oheim, der Arzt war, und schloss mir damit eine neue Welt auf. Ein Schulkamerad, der von einem deutschen Schuhmacher (der, wie es scheint, Freude an der Erkenntniss der Natur hatte) ein Buch geliehen hatte, las aus demselben in der Schulstube vor der Ankunft des Lehrers die Kepler'schen Gesetze vor und sprach sich über die allgemeine Gravitation aus. Das wirkte wie ein Blitz in der Finsterniss.

Le jeune Schläfli ...

avec un énorme front, petit avec 1.59 m, poids cérébral 1566 gr...

Un coup d'oeuil sur ses contributions en analyse, I

Impressionnants sont les travaux sur les fonctions harmoniques sphériques, les fonctions de Bessel, les intégrales abéliennes et la *série hypergéometrique de Gauss*; elle a été étudiée par Euler, Gauss, ... et elle est définie, pour $a, b, c \in \mathbb{C}$, $c \notin -\mathbb{N} \cup \{0\}$, par

$$F(a,b;c;x) = \sum \frac{(a,n)(b,n)}{(c,n)} \frac{x^n}{n!}, \quad |x| < 1 \quad , \quad (a,n) := \frac{\Gamma(a+n)}{\Gamma(a)} \quad ,$$

et satisfait l'équation différentielle

$$x(1-x)y'' + (c-(a+b+1)x)y' - aby = 0 \quad .$$

Schläfli prouve l'expression *intégrale*

$$F(a,b;c;x) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(c-a)} \int_1^\infty u^{b-c}(u-1)^{c-a-1}(u-x)^{-b}\, du$$

pour $\Re\, a, \Re\,(c-a) > 0$

Un coup d'oeuil sur ses contributions en analyse, II

Schläfli est un maître du calcul précis. Il sait manipuler, par exemple, des intégrales impropres à l'aide de l'outil de l'intégration complexe. Cela est manifeste dans son travail "*Über den Gebrauch des Integrationsweges*", 1862, où il détermine

$$\int_0^\infty \frac{x^{a-1}}{1+x}\,dx = \frac{\pi}{\sin \pi a} \quad , \quad 0 \leq \Re\, a < 1 \quad ,$$

et conclut

"Die hier aufgeführten Beispiele stehen in allen Lehrbüchern, werden aber meist mit Hilfe von Doppelintegralen bewiesen. Ich wollte nur zeigen, daß man für diese Zwecke weder Doppelintegrale noch unendlichen Summen oder Produkte bedarf"

Steiner, Schläfli et les surfaces cubiques

Surface F^3 de degré trois (déjà étudiée par Cayley, Steiner)

$$F^3 = \{\,(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid f(x, y, z) = 0\,\}, \quad \text{où}$$

$$f(x, y, z) = \sum_{0 \leq i+j+k \leq 3} a_{ijk} x^i y^j z^k, \quad a_{ijk} \in \mathbb{C}$$

Cayley (27 droites sur F^3) $\longrightarrow$ Steiner $\longrightarrow$ Schläfli $\longrightarrow$

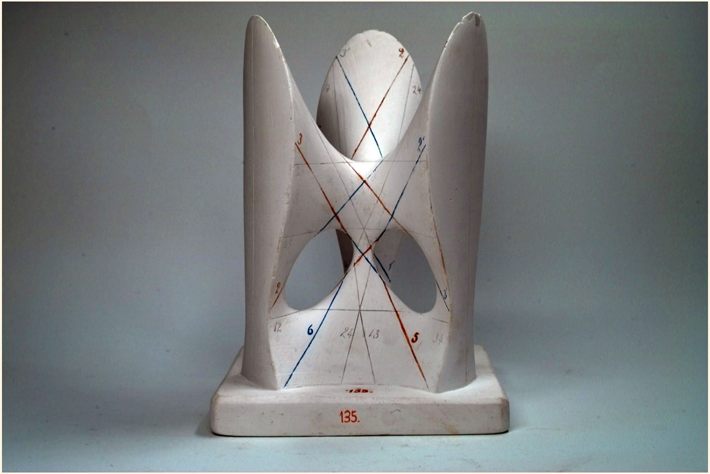
–*"An attempt to determine the 27 lines upon a surface of third order, and to divide such surfaces into species in reference to the reality of the lines upon the surface"*, 1858 ;

– *"On the distribution of surfaces of the third order into species, in reference to the absence or presence of singular points, and the reality of their lines"*, 1863 .

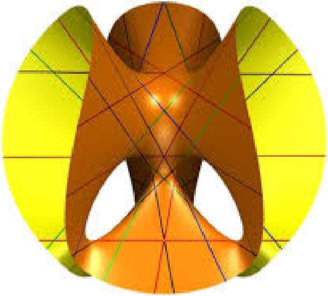
La configuration des “double-six” droites

Une illustration (Rodenberg) à l’aide de la *surface diagonale de Clebsch* dans $\mathbb{P}_4(\mathbb{C})$ donnée en coordonnées homogènes par

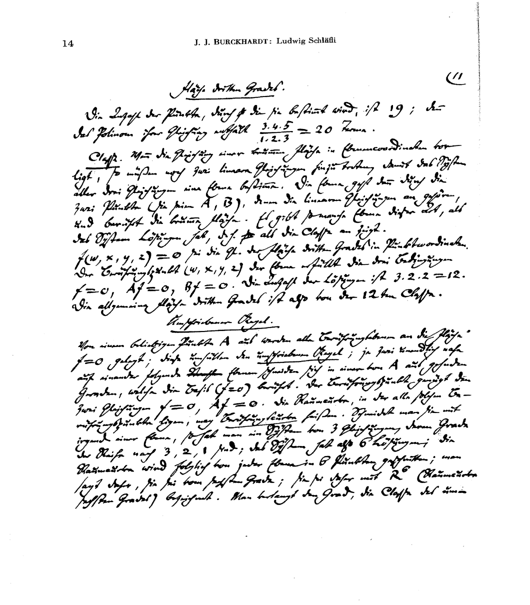
$$x_0^3 + \cdots + x_4^3 = 0 \quad \text{tel que} \quad x_0 + \cdots + x_4 = 0$$



Une vue abstraite d'un "double-six" particulier parmi 72 paires et la position des 15 droites restantes



Un fac-similé sur des cubiques lisses


14 J. J. BURCKHARDT: Ludwig Schläfli

(11

Fläche dritten Grades.

Die Anzahl der Punkte, durch die sie bestimmt wird, ist 19; denn das Polinom ihrer Gleichung enthält $\frac{3.4.5}{1.2.3} = 20$ Terme.

Classe. …

$f(w, x, y, z) = 0$ …

$f = 0, \quad Af = 0, \quad Bf = 0.$ … $3.2.2 = 12.$

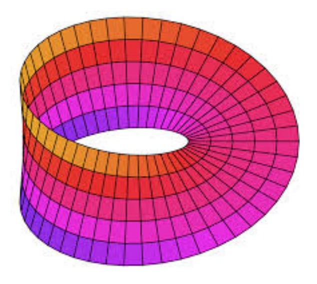
Die allgemeine Fläche dritten Grades ist also von der 12ten Classe.

Umschriebener Kegel.

…

Non-orientabilité du plan projectif

Dans la suite, Schläfli est le premier à découvrir la non-orientabilité du plan projectif $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ ce qu'il communique à Felix Klein en 1874



LUDWIG SCHLÄFLI

1814—1895

Gesammelte Mathematische Abhandlungen

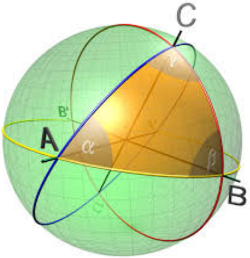
Herausgegeben vom Steiner-Schläfli-Komitee der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft

BAND III

VERLAG BIRKHÄUSER BASEL

Un coup d'oeuil sur la théorie "∞"

Formule de l'excès pour un triangle sphérique Δ



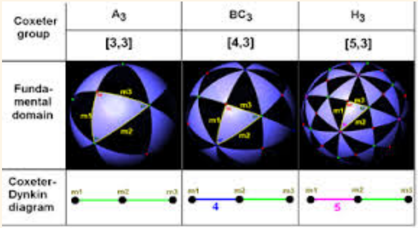
$$\mathrm{vol}(\Delta) = \alpha + \beta + \gamma - \pi$$

Exemple: $\mathrm{vol}(\Delta(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3})) = \frac{\pi}{6}$

The Rational Simplex Conjecture I

- Soit $A_n = [3, \ldots, 3]$ le *symbole de Schläfli* associé à un (n-1)-orthoschème sphérique d'angle $\frac{\pi}{3}$ et

- Soit $B_n = [4, 3, \ldots, 3]$ le *symbole de Schläfli* associé à un (n-1)-orthoschème sphérique d'angle $\frac{\pi}{4}$ et d'angles $\frac{\pi}{3}$:



The Rational Simplex Conjecture II

Schläfli détermine tous les volumes de ces simplexes non-euclidiens qui donnent lieu à des pavages de la sphère. En utilisant sa découverte fondamentale de la *différentielle volumétrique* et de la *formule de réduction* en géométrie sphérique il obtient (à une rénormalisation près):

$$f_n(A_{n+1}) = \frac{2^{n+1}}{(n+2)!} \quad , \quad f_n(B_{n+1}) = \frac{1}{(n+1)!}$$

The Rational Simplex Conjecture III

La **Conjecture de Schläfli**:

"*Wenn man rechte Argumente ausschliesst, so sind, für alle Dimensionszahlen über 3, die (obigen) Formeln wahrscheinlich die* **einzigen**, *worin sowohl alle Argumente mit dem Kreisumfang kommensurabel als auch die Werte der orthoschematischen Funktionen rationale Zahlen sind. Der Beweis hiervon scheint mir aber sehr schwer.*"

Langues, influence et succès académique

- arabe, anglais, français, allemand, grec, hébreu, italien, copte, persan, polonais, russe, sanskrit, suédois, turc
- rigveda (plus de 90 cahiers)
- 12 thèsards dont 6 professeurs universitaires
- 1853 nomination comme professeur ordinaire
- 1863 Dr.h.c. Universität Bern
- 1868 membre correspondent Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere
- 1871 membre Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen
- 1883 membre Reale Academia dei Lincei
- 1883 Prix Steiner de la Berliner Akademie der Wissenschaften (600 Thaler; travail sur les cubiques)
- 1889 membre honoraire du Comité du Centennaire de N. I. Lobatschewskij

La rue Schläfli à Bern

La vie de Ludwig Schläfli - la deuxième partie

- 1891 retraite comme professeur ordinaire
- mort 20 mars 1895

Extrait du discours funèbre de Graf:

Und was war er als Mensch! So unscheinbar und bescheiden im Auftreten, eine wahre Gelehrtennatur, nur glücklich in der Stille des Studierzimmers. Wer sein Schüler sein durfte, weiss, welche Aufopferung und Hingebung, gepaart mit Herzensgüte, in diesem Manne wohnten. Sein gerader und offener Charakter verabscheute jede Ungerechtigkeit, am Vaterlande hing er treu, ihm wollte er dienen, darum allein schlug er die ehrenvolle Berufung in fremde Lande aus .... Man darf wohl sagen, seit des unvergleichlichen Leonhard Euler's Tode hat kein Schweizer wie er das mathematische Wissen beherrscht und unter den zeitgenössischen Mathematikern kann man ihm nur Wenige, was die Mannigfaltigkeit der durchforschten Gebiete anbetrifft, an die Seite stellen.


DEM
GENIALEN MATHEMATIKER
LUDWIG SCHLÄFLI
15 JAN 1814