EXAMENS DE MATURITÉ 2008

BRANCHE : Applications des mathématiques OS Classe 5C (QJ) 5D (QN)	Série B

Exercice 1

On a relevé quelques records du monde masculins de course à pied au premier avril 2008 :

d	100	200	400	1500	5000
t	9.74	19.32	43.18	206.00	757.35

La distance d est donnée en mètres et le temps t est donné en secondes.

1.1 A l'aide d'une régression linéaire, déterminer les réels a et b tels que $\log(t) = a \cdot \log(d) + b$ (arrondir chaque calcul à trois décimales).

1.2 Déduire de la partie 1.1 une loi expliquant t en fonction de d : $t = f(d)$

1.3 Au record actuel du 10'000 mètres (1577.53 secondes), quelle erreur relative donne le modèle découvert ?

À partir de là, on considère que $t = 0.05\, d^{1.13}$ et on imagine une course dont le but serait de courir la plus longue distance en 30 secondes. On se pose alors la question du record du monde s en mètres.

1.4 Utiliser la méthode de la bissection à partir de l'intervalle [200 ; 400], pour obtenir une estimation de s à 10 mètres près.

1.5 Combien d'étapes faudrait-il à partir de l'intervalle [200 ; 400] pour atteindre une précision de 1 centimètre ?

1.6 Montrer que sur l'intervalle [200 ; 400], la méthode de Newton converge.

1.7 En partant de $d_0 = 300$ utiliser la méthode de Newton pour calculer les estimations d_1 et d_2 de s.

1.8 Écrire un programme qui détermine s par la méthode du point fixe à partir de $d = 300$ en considérant $h(d) = 600\, d^{-0.13}$. On s'arrêtera lorsque l'écart entre deux termes successifs est inférieur à 10^{-6}.

Exercice 2

Une entreprise fabrique trois sortes de meubles et utilise trois machines principales. Le nombre d'heures nécessaires sur chacune des machines pour fabriquer une unité de chaque sorte de meubles est indiqué dans le tableau ci-dessous.

	meuble 1 (x_1)	meuble 2 (x_2)	meuble 3 (x_3)
machine 1	3 h	2 h	2 h
machine 2	2 h	3 h	4 h
machine 3	0 h	1 h	0 h

La disponibilité des machines par journée est indiquée dans le tableau suivant.

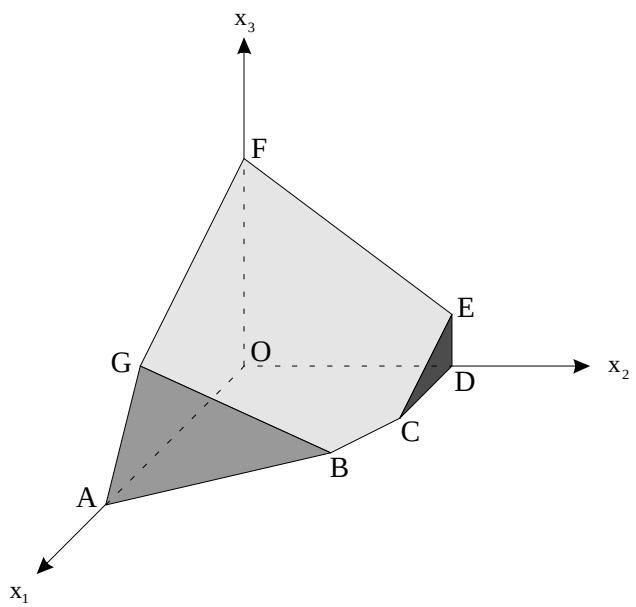
	disponibilité
machine 1	24 h
machine 2	24 h
machine 3	6 h

De plus, nous savons que le bénéfice par unité produite varie suivant la sorte de meubles, comme le montre ce dernier tableau.

	meuble 1 (x_1)	meuble 2 (x_2)	meuble 3 (x_3)
bénéfice	2000.–	2000.–	3000.–

On cherche à maximiser le bénéfice journalier de l'entreprise en utilisant l'algorithme de Bland. Combien de meubles faut-il fabriquer de chaque sorte ? Quel bénéfice journalier attendre ?

Mentionner pour chaque tableau rencontré le point du polyèdre atteint.



Exercice 3

On doit organiser une soirée à laquelle sont invités 9 convives (A, B, C, D … I). Ces derniers ne sont pas tous très amis et il ne faut donc pas mettre certaines personnes à la même table. Dans le tableau suivant, les croix indiquent les incompatibilités :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A			x			x		x	x
B				x	x				
C	x				x				
D		x				x		x	
E		x	x			x			x
F	x			x	x		x		
G						x			x
H	x			x					
I	x				x		x		

3.1 Combien de tables doit-on prévoir au minimum pour cette soirée ? Donner la répartition des invités autour de ces tables, en détaillant les étapes de l'algorithme utilisé.

3.2 Même question si on ne peut pas mettre plus de 3 personnes par table.
Cette répartition est-elle optimale ? Justifier.

F i n