

## La physique du carving

Véronique Briguet  
Lycée-Collège des Creusets, 1950 Sion

### Différence entre ski traditionnel et carving

Sur des skis traditionnels tout changement de direction est produit par un déplacement de l'arrière des lattes vers l'extérieur du virage sous l'effet d'un moment de force produit par le skieur. L'importance du dérapage qui s'ensuit dépend de son niveau technique. Les débutants mettent carrément les skis en travers et attendent passivement le changement de direction, alors que les skieurs avancés s'appliquent à maintenir le dérapage le plus faible possible en guidant les skis. Mais dans tous les cas les spatules suivent une trajectoire plus serrée que celle de l'arrière des skis. Le rayon du virage se laisse adapter à chaque instant par un simple mouvement de rotation.

La situation est différente avec des skis de carving, plus étroits au centre qu'aux extrémités, car il est alors possible d'effectuer des virages sans dérapage. Cela est dû au fait que la ligne de contact des skis sur le sol est un arc de cercle. Lorsque chaque point du ski passe exactement au même endroit, les traces imprimées dans la neige sont très fines, comme sous l'effet d'une lame incurvée. On peut les décrire par une simple ligne mathématique. La figure 1 illustre la différence de traces laissées lors de virages avec et sans dérapage.

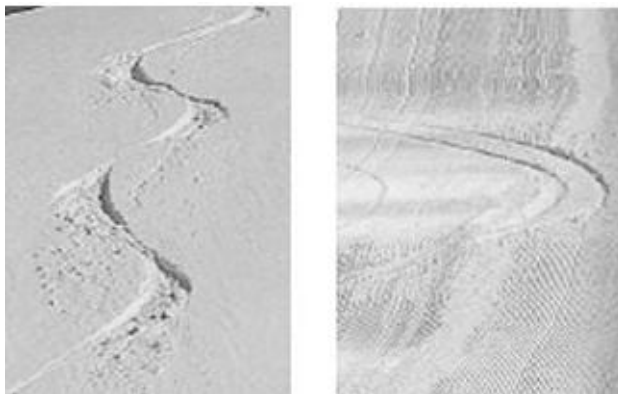


Fig. 1 : Traces de virages avec dérapage (à gauche) et de virage coupé (à droite)

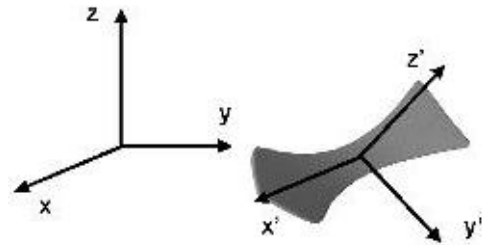


Fig. 2 : Systèmes d'axes

### Rayon de courbure de la trajectoire

Dans les développements qui suivent, nous utiliserons deux systèmes de coordonnées liés à la trajectoire des skis : un référentiel  $Oxyz$  dont l'axe  $Oz$  est perpendiculaire au sol et un référentiel  $O'x'y'z'$  pivotant avec les skis et gardant l'axe  $Oz'$  toujours perpendiculaire aux semelles des chaussures (voir fig. 2). Les axes  $Ox$  et  $O'x'$  sont tous deux tangents à la trajectoire.

Les fiches techniques décrivent la forme taillée des skis de carving sous deux types de données : certains fabricants indiquent les lignes de cotes, c'est-à-dire la largeur des lattes à la spatule, au centre et au talon; d'autres préfèrent indiquer le rayon du cercle ajusté à la forme des skis. Nous appellerons ce dernier  $R_{\text{taille}}$  (voir fig. 3). Lorsque les lignes de cotes sont symétriques (extrémités de même largeur),  $R_{\text{taille}}$  est lié à la demi-différence de cotes  $\Delta y'$  et à la longueur  $L$  du ski comme suit :

$$L \approx R_{\text{taille}}\delta \quad \text{et} \quad \Delta y' = R_{\text{taille}}/1 - \cos(\delta/2) \approx R_{\text{taille}}\delta^2/8$$

$$\implies \Delta y' \approx L^2 / (8R_{\text{taille}}) \tag{1}$$

Pour que dans une courbe les skis soient en contact avec la neige sur toute leur longueur, il doivent impérativement subir une flexion augmentant avec la prise de carre : la ligne de contact forme alors un arc de cercle dont le rayon décroît avec l'angle de prise de carre (voir fig. 4). Nous allons montrer par un développement en trois étapes que le rayon de ce cercle ne dépend que de la coupe du ski et de l'angle de prise de carre.

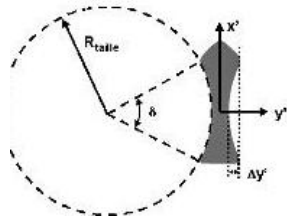


Fig. 3 : Description de la coupe du ski

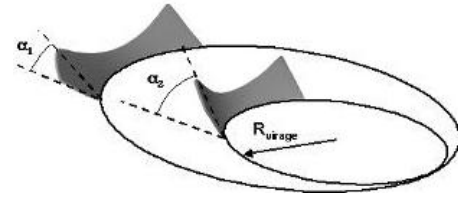


Fig. 4 : Prise de carre, flexion du ski et rayon du virage

**0.0.1 a) Flexion du ski et rayon du virage**

La flexion des skis dans un virage peut être décrite au moyen d'un cercle de rayon  $R_{\text{flex}}$  situé dans le plan  $O'x'z'$  (voir fig. 5), lié à la déformation longitudinale  $\Delta z'$  par la relation :

$$L = R_{\text{flex}}\beta \quad \text{et} \quad \Delta z' = R_{\text{flex}}/1 - \cos(\beta/2) \approx R_{\text{flex}}\beta^2/8$$

$$\implies \Delta z' \approx L^2 / (8R_{\text{flex}}) \tag{2}$$

Cette flexion dépend de l'angle de prise de carre  $\alpha$ , égal à la rotation entre le système  $Oxyz$  et  $O'x'y'z'$  (voir fig. 2 et 4). Comme toute torsion est proscrite, chaque point de la semelle du ski appartient à un cylindre virtuel de rayon  $R_{\text{flex}}$  et d'axe parallèle à  $Oy'$ . La carre qui se trouve en contact avec le sol appartient à la fois au cylindre virtuel et au plan représentant le sol (voir fig. 6).

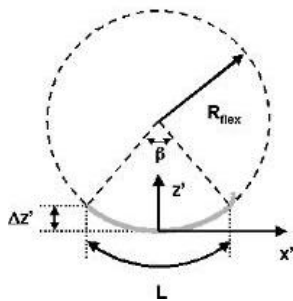


Fig. 5 : Description de la flexion du ski

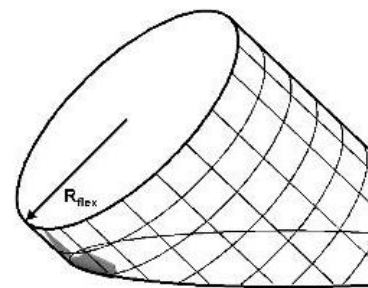


Fig. 6 : Intersection entre le cylindre virtuel ajusté au ski et le sol

L'intersection entre le cylindre et le plan est une ellipse d'axes :  $a = R_{\text{flex}}/\sin(\alpha)$  et  $b = R_{\text{flex}}$ . Comme le ski se trouve à l'extrémité du grand axe, il coupe dans la neige une trace suivant le cercle inscrit dans la pointe de l'ellipse. Avec l'avancement du ski, le cylindre virtuel et l'ellipse pivotent autour de ce cercle dont le rayon admet la valeur :

$$R_{\text{virage}} = b^2/a = R_{\text{flex}}^2/(R_{\text{flex}}/\sin(\alpha))$$

$$\implies R_{\text{virage}} = R_{\text{flex}} \sin(\alpha) \tag{3}$$

Remarquons que si le ski se trouve à plat sur le sol, le rayon du virage n'est plus défini par la relation (3) car on a alors affaire à une multiplication indéterminée :  $R_{\text{flex}} \rightarrow \infty$  et  $\sin(\alpha) = 0$ . Dans ce cas c'est la forme du ski qui détermine le rayon du virage :  $R_{\text{virage}} = R_{\text{taille}}$ .

**0.0.2 b) Flexion et angle de prise de carre**

Selon la figure 7, la déformation due à la flexion  $\Delta z'$  et la demi-différence de cote  $\Delta y'$  sont perpendiculaires l'une par rapport à l'autre. Si  $\Delta y'$  est fixe, donnée par la forme du ski,  $\Delta z'$  varie avec l'angle  $\alpha$ . En insérant les égalités (1) et (2) dans le rapport  $\Delta z' = \Delta y' \tan(\alpha)$ , on obtient :

$$L^2/(8R_{\text{flex}}) = \tan(\alpha)L^2/(8R_{\text{taille}})$$

$$\implies R_{\text{flex}} = R_{\text{taille}} \tan(\alpha) \tag{4}$$

Lorsque les skis sont à plat sur le sol, ce rayon tend vers l'infini car la flexion est nulle. Il diminue avec la prise de carre et admet la valeur  $R_{\text{flex}} = R_{\text{taille}}$  pour une prise de carre de  $45^\circ$ .

**0.0.3 c) Angle de prise de carre et rayon du virage**

En combinant les équations (3) et (4) on peut éliminer le rayon de flexion pour obtenir :

$$R_{\text{virage}} = (R_{\text{taille}}/\tan(\alpha)) \sin(\alpha)$$

$$\implies R_{\text{virage}} = R_{\text{taille}} \cos(\alpha) \tag{5}$$

Cette équation indique que le rayon du virage dépend exclusivement de l'angle de prise de carre et du rayon des skis. La figure 8 montre le rayon des virages effectués sur trois skis différents.

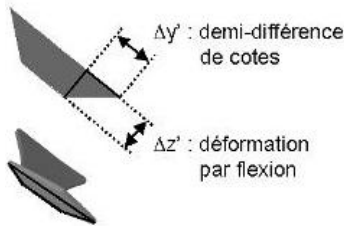


Fig. 7 : Ski fléchi vu de face

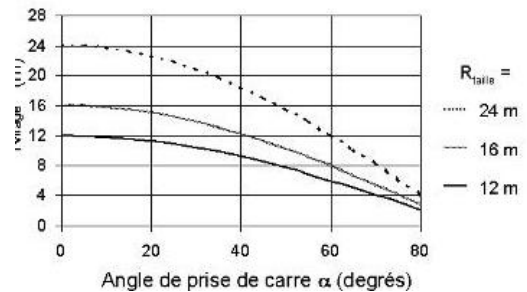


Fig. 8 : Rayon de courbure de la trajectoire

**Bascule et vitesse**

Pour un skieur en position naturelle, ayant un angle de bascule égal à l'angle de prise de carre  $\alpha$  (voir fig. 9), l'inclinaison nécessaire à contrer la force centrifuge  $F_c = mv^2/R_{\text{virage}}$  (apparaissant dans le système lié au skieur) se détermine en comparant cette dernière à la force de pesanteur  $F_p = mg$ . Sur sol horizontal, on obtient :

$$\tan(\alpha) = v^2/gR_{\text{virage}}$$

Combinée à l'équation (5), cette égalité donne la condition :

$$\sin(\alpha) = v^2 / gR_{\text{taille}} \tag{6}$$

Ce résultat montre qu'à une vitesse donnée, l'angle de bascule admet une valeur bien précise. La figure 10 représente les angles de bascule à réaliser en fonction de la vitesse, pour trois skis différents.

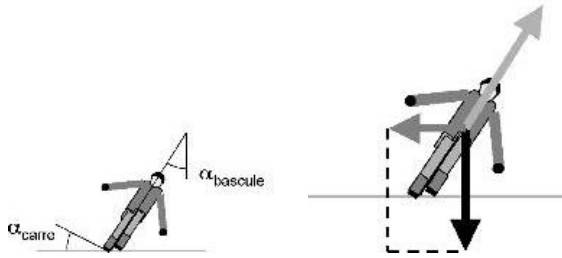


Fig. 9 : Bascule et forces

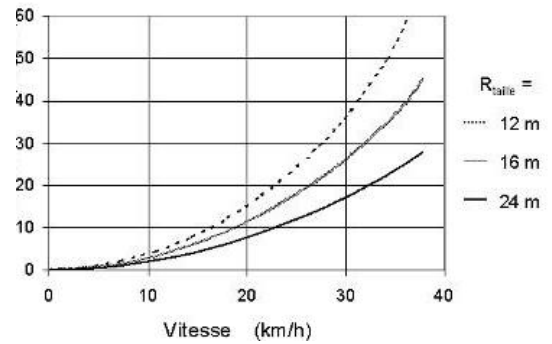


Fig. 10 : Angle de bascule en fonction de la vitesse

En posant la condition  $\sin(\alpha) = 1$  dans l'équation (6), on obtient une vitesse limite ne dépendant que de la forme du ski :

$$v_{\text{max}} = (R_{\text{taille}}g)^{\frac{1}{2}} \tag{7}$$

On peut affiner la théorie en tenant compte de la pente du terrain décrite ici par l'angle  $\phi$  ainsi que de l'orientation des skis déterminée par l'angle  $\theta$  compté à partir de la ligne de pente (voir fig. 11). La décomposition de la force de pesanteur selon les axes du référentiel Oxyz donne :

$$P_x = mg \cos \theta \sin \phi, \quad P_y = mg \sin \theta \sin \phi, \quad \text{et} \quad P_z = mg \cos \phi$$

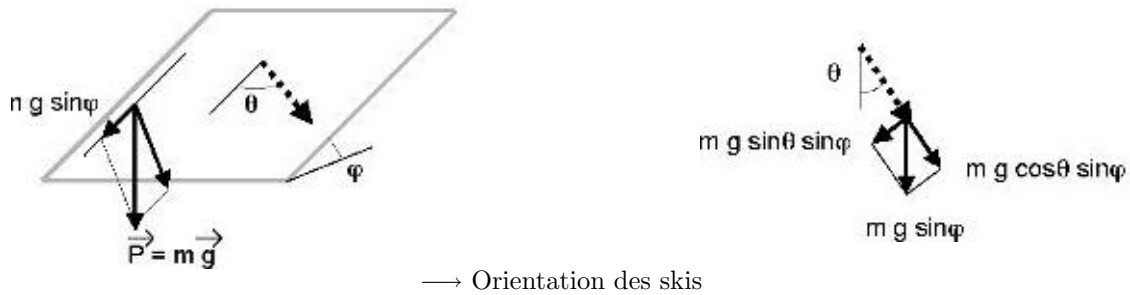


Fig. 11 : Décomposition de la force de pesanteur dans la pente

En appliquant la deuxième loi de Newton aux projections des forces sur les axes Oz et Oy (voir fig. 12), on obtient :

$$0 = S \cos \alpha - mg \cos \phi \implies S = mg \cos \phi / \cos \alpha$$

et :

$$ma_n = S \sin \alpha \pm mg \sin \theta \sin \phi \implies mv^2/R_{\text{virage}} = (mg \cos \phi / \cos \alpha) \sin \alpha \pm g \sin \theta \sin \phi$$

Dans cette dernière égalité, le signe - correspond à un virage amont et le signe + à un virage aval. En y éliminant  $R_{\text{virage}}$  au profit de  $R_{\text{taille}}$  selon l'équation (5), on obtient :

$$v^2 = gR_{\text{taille}}(\cos \phi \sin \alpha \pm \sin \theta \cos \phi) \tag{8}$$

Ce résultat montre que, tout comme sur sol horizontal, il existe une relation bien déterminée entre la vitesse et l'angle de bascule (ou de prise de carre)  $\alpha$ . En y ajoutant la condition  $\sin \alpha = 1$ , on obtient une limite supérieure de vitesse indépendante de l'orientation des skis mais diminuant avec la pente :

$$v_{\text{max}} = (gR_{\text{taille}} \cos \phi)^{\frac{1}{2}} \tag{9}$$

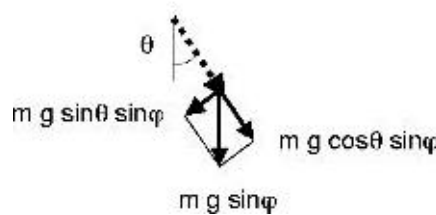


Fig. 12 : Etude des forces dans la pente

### Conséquences sur la pratique du ski

Les résultats présentés ici ne s'appliquent qu'aux virages exécutés sans dérapage. Ils présupposent un sol plan, une neige dure, aucune torsion des skis et un poids du corps toujours bien centré sur les pieds. L'équation (5) indique que le rayon des virages est défini par les aspects géométriques des lattes. Le skieur maîtrise ses skis au moment où il est habitué à anticiper leur trajectoire. La difficulté consiste à produire la bascule adéquate dès l'entrée du virage, selon l'équation (6) illustrée en figure 10. Ces résultats théoriques corroborent le fait qu'il faut un certain temps d'apprentissage avant d'effectuer des virages parfaitement coupés.

La vitesse maximale donnée par l'équation (7) est à première vue étonnement basse, de l'ordre de 50 km/h pour un ski d'un rayon de 16 mètres. En fait il est tout à fait possible de skier au-delà de cette vitesse, mais dans ce cas un léger dérapage est inévitable. Le fait que cette limite diminue avec la pente comme l'indique l'équation (9) est confirmé par la constatation expérimentale qu'il faut basculer plus fortement dans les pentes que sur les plats. Etant alors plus proche du sol, on y ressent de bonnes sensations déjà à vitesse modérée. Ces limites de vitesse ont une validité toute théorique, résultant de la condition mathématique  $\sin \alpha = 1$ , ou  $\alpha = 90^\circ$ , se réalisant lorsque les skis sont perpendiculaires au sol. Dans la pratique, ces limites ne seront jamais atteintes ni même approchées. En effet, lorsque  $\alpha$  tend vers  $90^\circ$  le rayon de flexion tend vers 0, c'est-à-dire que le ski devrait subir une flexion telle qu'il devrait s'enrouler sur lui-même ! Concrètement, la limite est déterminée par la condition physique du skieur, car une forte bascule ne peut être réalisée que pour compenser une force centrifuge élevée, donc un poids apparent bien supérieur au poids réel.

Un petit conseil pratique pour terminer : oubliez ces théories une fois sur la neige, cherchez plutôt à rester en équilibre sur vos skis, c'est nettement plus efficace !