

## Tief ins Glas schauen

Martin Lieberherr  
 MNG Rämibühl  
 Rämistrasse 54, 8001 Zürich

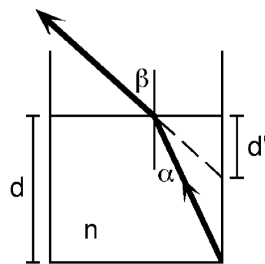
### Einleitung

Sie kennen sicher das Bonmot, dass ein Becher, der zur Hälfte mit Wasser oder Weisswein gefüllt ist, von einem Optimisten als halbvoll und von einem Pessimisten als halbleer bezeichnet wird. Nun hat aber die Physik auch noch ein Wörtchen mitzureden. Blickt man von oben in den Becher hinein, so scheint er tatsächlich weniger als bis zur Hälfte gefüllt zu sein. Dieses Phänomen heisst Bildhebung und kann durch die Brechung des Lichts erklärt werden. Die Bildhebung bewirkt unter anderem, dass Aquarien seltsam flach aussehen und dass unter Wasser beim Blick durch die Taucherbrille alles etwas näher zu sein scheint. Der Effekt kann verwendet werden um den Brechungsindex von kleinen Materialproben unter dem Mikroskop abzuschätzen.

Der Pessimist ist also der bessere Beobachter (oder der Optimist kennt den Effekt und weiss, dass mehr im Becher ist als es den Anschein hat)!

### Theorie

Ein Lichtstrahl starte von einem Ort in der Tiefe  $d$  unter der Flüssigkeitsoberfläche (Figur 1). Der Licht-



strahl wird an der Grenzfläche Flüssigkeit/Luft gebrochen. Fällt der Strahl in unser Auge, so sehen wir denselben Punkt in der Tiefe  $d'$ . Betrachten wir Figur 1, so sehen wir, dass  $d' \tan(\beta) = d \tan(\alpha)$  ist. Weiter gilt das Snellius'sche Brechungsgesetz:  $n \sin(\alpha) = \sin(\beta)$ . Blicken wir vertikal in einen Becher hinein, so sind die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  klein. Wir können für diesen Fall die trigonometrischen Funktionen durch ihr Argument ersetzen. Somit erhalten wir  $d' \approx d\alpha/\beta \approx d/n$ .

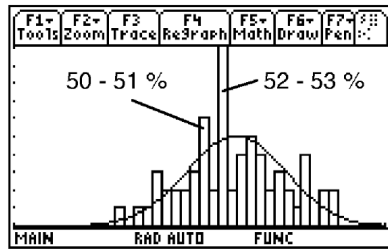
Wie hoch steht nun die Flüssigkeit, wenn wir von oben zu sehen glauben, dass der Becher zur Hälfte gefüllt sei? Sei  $H$  die Höhe des Bechers und  $h$  die Höhe der Flüssigkeit. Die Bedingung, dass uns der Becher halb gefüllt erscheint, ist  $h/n = H - h$ . Der Becher ist dann also bis zur Höhe  $h = H/(1 + 1/n)$  gefüllt.

### Experiment

Ich bat Schülerinnen und Schüler aus vier meiner Klassen, eine Kaffeetasse (einen Mug) möglichst genau zur Hälfte mit Wasser füllen. Die erzielten Höhen drückte ich in Prozenten der ganzen Höhe aus und erstellte mit dem TI-89 ein Histogramm (Figur 2).

Figur 1

Ein Punkt im Abstand  $d$  von der Flüssigkeitsoberfläche scheint wegen der Brechung im Abstand  $d'$  zu liegen. Der Boden scheint sich also gehoben zu haben.



Figur 2

Histogramm der prozentualen Füllhöhen. Die horizontale Achse geht von 30% bis 70%. Eine Säule hat die Breite 1.0%. Das Histogramm wurde mit einem TI-89 gezeichnet und auf den Computer übertragen. Die Glockenkurve wurde mit den im Text erwähnten Werten dazugezeichnet.

Wie man dem Histogramm (Figur 2) ansieht, haben viele wie erwartet etwas zu viel Wasser eingefüllt. Eine statistische Auswertung der 67 Messwerte ergab einen Mittelwert von 53.5% und eine Streuung (Standardabweichung) von 5.3%. Mit diesen Werten wurde die Glockenkurve dazugezeichnet.

## Diskussion

Liegt der Mittelwert signifikant über 50 Prozent? In den DMK/DPK Formeln und Tafeln finden wir auf Seite 91, dass der mittlere Fehler des Mittelwerts  $5.3\%/\sqrt{67} = 0.65\%$  beträgt. Die Schüler/-innen haben also im Durchschnitt signifikant zu viel eingefüllt.

Natürlich haben wir damit noch nicht gezeigt, dass Bildhebung diesen Effekt bewirkt hat. Es könnte ja sein, dass meine Versuchskaninchen von Grund auf grosszügig beim Einschenken waren. Haben sie auch im richtigen Mass zuviel eingefüllt? Nach unserer Theorieformel und dem Wert  $n \approx 1.33$  für den Brechungsindex von Wasser erhalten wir  $h/H = 1/(1 + 1/1.33) = 0.571 = 57.1\%$ . Diesen Wert haben meine Schüler/-innen genauso signifikant nicht erreicht. Wir hatten zum Zeitpunkt des Experiments die Optik noch nicht behandelt, aber von Brechung haben doch einige schon etwas gehört. Vielleicht haben deshalb ein paar ihren Augen misstraut und absichtlich etwas zuwenig eingefüllt.