Espace couleur

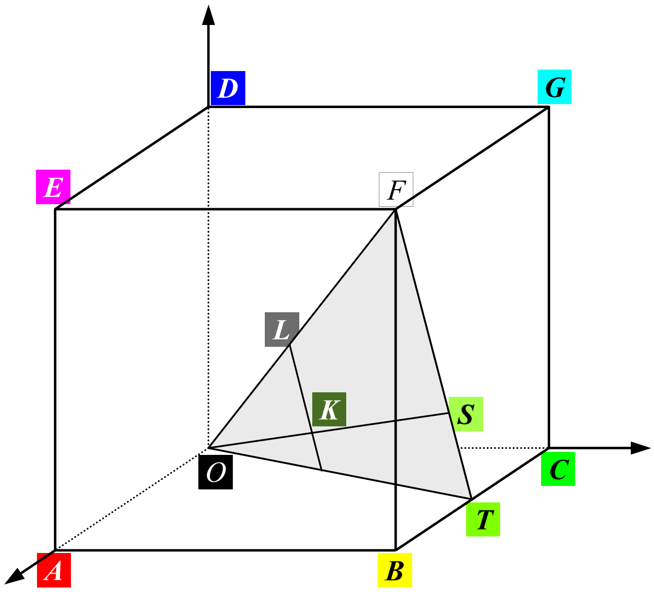
Durant mes promenades dans l'espace couleur, des pauses bienvenues sur les points lumineux et brillants m'ont permis de faire tourner le tire-bouchon selon la règle et d'apprécier les teintes du paysage. Pas à pas, les découvertes faites ont amélioré ma connaissance de l'environnement et m'ont conduit à une lecture renouvelée du monde des couleurs. Avec ce petit guide disponible en couleurs sur le site de la CRM, je vous invite à partager mes découvertes.

Marcel-Yves Bachmann

Le rouge, le vert et le bleu

Dans le système additif, les couleurs sont produites à partir de trois sources lumineuses : le rouge, le vert et le bleu. Dans une chambre noire par exemple, on produit de la lumière colorée par superposition des éclairements d'une lampe rouge, d'une verte et d'une bleue. Sur un écran d'ordinateur, le jeu des intensités des 3 couleurs de base permet d'obtenir des pixels de n'importe quelle couleur. Chaque couleur est alors caractérisée par 3 composantes numériques r (red), g (green) et b (blue) qui sont comprises entre 0 (source éteinte) et 1 (intensité maximale). Ce système est connu sous l'appellation ***RGB***.

En associant à chaque triplet d'intensités (r, g, b) un point K de l'espace dont les coordonnées sont ces nombres, on représente les couleurs dans un cube.



Les sommets du cube représentent les couleurs suivantes :

O	A	B	C	D	E	F	G
noir	rouge	jaune	vert	bleu	magenta	blanc	cyan

Quelques balades dans le cube permettent d'explorer l'espace couleur. A l'intérieur, sur la diagonale de O à F, on trouve toutes les nuances de gris du noir au blanc. A la surface du cube, sur le chemin de O à A puis à F, les couleurs passent du noir au rouge, puis à des nuances de rouge de plus en plus pâles jusqu'au blanc. De la même façon la ligne brisée passant de O à B puis à F fait visiter toutes les nuances de jaune, du noir de plus en plus éclairé par une lampe jaune à des jaunes de plus en plus délavés jusqu'au blanc.

De manière générale, tout demi-plan délimité par la diagonale OF définit dans le cube un triangle OFT dont les points représentent les couleurs perçues comme des variations d'une même teinte.

Teinte, saturation et luminosité

Lorsqu'un point $K(r,g,b)$ est donné dans le cube, mais pas sur la diagonale OF, le demi-plan typique de la teinte de K est facile à déterminer. Dans un premier temps, on prolonge la ligne OK jusqu'à ce qu'elle sorte du cube en un point S. Le point S étant défini, on prolonge la ligne FS jusqu'à ce qu'elle sorte du cube en un point T. Le triangle OFT contient les couleurs de la même teinte que celle représentée par K. Le point T se situe toujours sur la ligne fermée visitant $ABCGDEA$; il est typique de la *teinte*.

Luminosité

En passant de K à S, on augmente les intensités dans un même rapport jusqu'à ce que l'une devienne maximale. Durant ce passage la luminosité augmente pour devenir maximale en S.

Par définition, la *luminosité* en K est le nombre l pour lequel on a l'égalité $\overrightarrow{OK} = l\,\overrightarrow{OS}$.

La plus grande coordonnée de S étant égale à 1, la plus grande coordonnée de K sera égale à l. Cette observation permet de calculer facilement la luminosité

$$\boxed{l = \max(r,g,b)}$$

Saturation

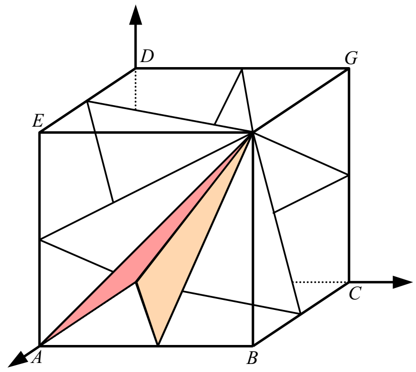
La *saturation* s d'une couleur est définie à partir de la position de S sur la ligne TF. Très précisément s est le nombre pour lequel on a l'égalité $\overrightarrow{FS} = s\,\overrightarrow{FT}$. La saturation est maximale en T $(s = 1)$ et minimale en F $(s = 0)$.

Par définition de s, on a $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OF} + s\,\overrightarrow{FT} = (1-s)\overrightarrow{OF} + s\,\overrightarrow{OT}$. En multipliant par l le vecteur $\overrightarrow{OS}$, on obtient $\overrightarrow{OK} = l(1-s)\overrightarrow{OF} + l\,s\,\overrightarrow{OT}$. Les composantes du vecteur $l(1-s)\overrightarrow{OF}$ étant toutes égales à $l(1-s)$, la plus petite coordonnée de K sera égale à $l(1-s)$ augmenté de la plus petite coordonnée de T, à savoir zéro. Cette observation fournit une formule de calcul pour la saturation s : $\min(r,g,b) = l(1-s)$. On en tire $s = 1 - \min(r,g,b)/l$ ou

$$\boxed{s = 1 - \min(r,g,b)/\max(r,g,b)}$$

Teinte

Les différentes teintes forment un éventail de demi-plans articulés autour de la diagonale OF. En choisissant le rouge (triangle OFA) comme teinte de référence, chaque teinte est déterminée par un angle de rotation autour de l'axe orienté OF.



Cet angle est mesuré en degrés; il est compris entre 0° et 360°; il passe de 0° à 180° lorsque le point T parcourt la ligne $ABCG$, puis de 180° à 360° lorsque T parcourt $GDEA$. On a ainsi une teinte supérieure à 180° dans le demi-cube supérieur gauche défini par l'inéquation $z > y$.

L'angle de deux plans est l'angle des vecteurs normaux à ces plans.

Le plan OFK est perpendiculaire à $\vec{m} = \overrightarrow{OF} \wedge \overrightarrow{OK}$, le plan de référence à $\vec{n} = \overrightarrow{OF} \wedge \overrightarrow{OA}$. L'angle de ces vecteurs, c'est à dire la teinte t se calcule par produit scalaire

$$\vec{m} = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}r\\g\\b\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}b-g\\r-b\\g-r\end{pmatrix} \quad \vec{n} = \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix} \quad \cos(t) = \frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{\|\vec{m}\|\cdot\|\vec{n}\|} = \frac{2r-b-g}{\sqrt{2}\sqrt{(b-g)^2+(r-b)^2+(g-r)^2}}$$

La teinte t est ainsi l'angle défini par les conditions suivantes

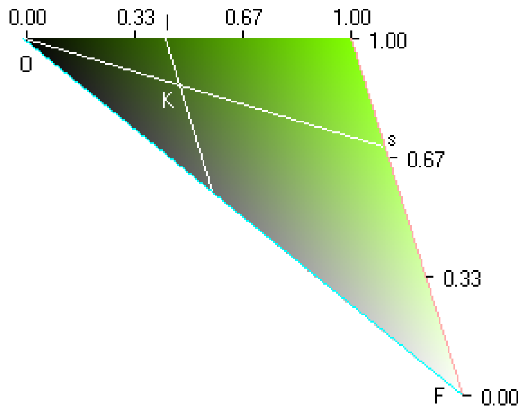
$$\boxed{\cos(t) = \frac{2r-b-g}{\sqrt{2}\sqrt{(b-g)^2+(r-b)^2+(g-r)^2}} \quad \text{et} \begin{cases} t \in [0^\circ;180^\circ] & \text{si } b \le g \\ t \in]180^\circ;360^\circ] & \text{si } b > g \end{cases}}$$

Exemple

Comme dans la première figure, on s'intéresse à la couleur donnée par $K(0.28 ; 0.43 ; 0.13)$.

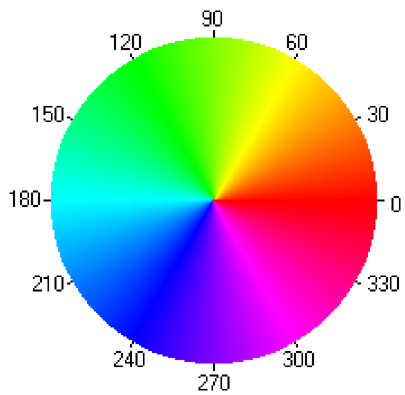
Dans cette situation, la luminosité qui est le maximum des coordonnées vaut $l = 0.43$, la saturation est donnée par $s = 1 - 13/43 \approx 0.70$ et la teinte un angle inférieur à 180°. Comme $2r - g - b = 0$, on a $\cos(t) = 0$ si bien que la teinte vaut $t = 90^\circ$.

Ci contre, on a représenté fidèlement le triangle OFT de la teinte $t = 90^\circ$.
Sur cette figure on retrouve et comprend bien les caractéristiques de *luminosité* et de *saturation* de la couleur donnée par K.



Disque des teintes

Au point T typique d'une teinte, la luminosité et la saturation sont maximales et valent 1. La couleur correspondante est bien détectée par l'œil; elle permet de nommer et de reconnaître quelques teintes, notamment rouge, jaune, vert, cyan, bleu et magenta. Lorsque T parcourt la ligne $ABCGDEA$, la valeur t de la teinte passe de 0 à 360 degrés.



Rouge	$T(1,0,0)$	$t = 0^\circ$
Orange	$T(1,½,0)$	$t = 30^\circ$
Jaune	$T(1,1,0)$	$t = 60^\circ$
Vert tendre	$T(½,1,0)$	$t = 90^\circ$
Vert	$T(0,1,0)$	$t = 120^\circ$
Vert clair	$T(0,1,½)$	$t = 150^\circ$
Cyan	$T(0,1,1)$	$t = 180^\circ$
Bleu clair	$T(0,½,1)$	$t = 210^\circ$
Bleu	$T(0,1,0)$	$t = 240^\circ$
Violet	$T(½,1,0)$	$t = 270^\circ$
Magenta	$T(1,1,0)$	$t = 300^\circ$
Rose	$T(1,1,0)$	$t = 330^\circ$

La couleur en informatique

Telles qu'elles sont présentées ici, les notions de couleurs de base, teinte, saturation et luminosité se retrouvent dans les logiciels de traitement des images. En informatique, on considère souvent 256 intensités différentes de rouge, de vert et de bleu si bien que l'on dispose d'une palette de 256^3 couleurs soit environ 16.7 millions. Dans cette situation, les caractéristiques de teinte, luminosité et saturation sont aussi en nombre fini. Dans les logiciels de traitement des images, on distingue en général 360 teintes, 100 saturations et 100 luminosités, ce qui réduit la palette des couleurs. Dans la mesure où l'humain ne distingue qu'une centaine de milliers de couleurs, ces restrictions passent totalement inaperçues.

Reconstitution de la couleur

Supposons connues la teinte t, la saturation s et la luminosité l d'une couleur. On veut alors reconstituer les composantes r, g et b de cette couleur. Le calcul se fait en deux temps : d'abord on recrée le point $T(x,y,z)$ typique de la teinte, puis on en déduit S et $K(r,g,b)$.

Le point T étant connu, on calcule le point S par l'égalité $\overrightarrow{FS} = s\,\overrightarrow{FT}$ et le point K par l'égalité $\overrightarrow{OK} = l\,\overrightarrow{OS}$. On obtient ainsi $\overrightarrow{OK} = l\,\overrightarrow{OS} = l\,(\overrightarrow{OF} + s\,\overrightarrow{FT})$, c'est à dire

$$\boxed{r = l\cdot(1+s\cdot(x-1)) \qquad g = l\cdot(1+s\cdot(y-1)) \qquad b = l\cdot(1+s\cdot(z-1))}$$

Il reste à déterminer le point $T(x,y,z)$. Ce point est un sommet du triangle des couleurs de teinte t. Il a toujours une coordonnée nulle et une coordonnée égale à 1.

Sa coordonnée inconnue doit respecter l'égalité $\cos(t) = \dfrac{2x-y-z}{\sqrt{2}\sqrt{(z-y)^2+(x-z)^2+(y-x)^2}}$.

Pour la suite, on note c la valeur du cosinus de la teinte et $\hat{s}$ la valeur absolue de son sinus :

$$\boxed{c = \cos(t) \quad \text{et} \quad \hat{s} = \sqrt{1-c^2}}$$

Si x est l'inconnue, on doit résoudre $c = \dfrac{2x-1}{\sqrt{2}\sqrt{1^2+(x-1)^2+x^2}} = \dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}$.

C'est une équation du deuxième degré $(4c^2-4)x^2-(4c^2-4)x+(4c^2-1)=0$ dont la solution est à choisir parmi $x = \dfrac{2c^2-2\pm\sqrt{12c^2-12c^4}}{4c^2-4} = \dfrac{-2\hat{s}^2\pm 2\sqrt{3}\,c\,\hat{s}}{-4\hat{s}^2}$. On retient ici $x = \dfrac{\hat{s}+\sqrt{3}\,c}{2\hat{s}}$.

Si y (ou z) est l'inconnue, on doit résoudre des équations différentes selon que x est 1 ou 0.

Si $x = 1$, il s'agit de l'équation $c = \dfrac{2-y}{2\sqrt{y^2-y+1}}$ dont la bonne solution est $y = \dfrac{2\hat{s}\,(\sqrt{3}\,c-\hat{s})}{4c^2-1}$.

Si $x = 0$, il s'agit de l'équation $c = \dfrac{-y-1}{2\sqrt{y^2-y+1}}$ dont la solution est $y = \dfrac{2c^2+1+2\sqrt{3}\,c\,\hat{s}}{4c^2-1}$.

En résumé, les coordonnées x, y et z de T sont données ci-dessous.

- Si $0 \le t < 60$ alors T est sur AB et $x=1$ $\quad y = \dfrac{2\hat{s}\,(\sqrt{3}\,c-\hat{s})}{4c^2-1}$ $\quad z=0$
- Si $60 \le t \le 120$ alors T est sur BC et $x = \dfrac{\hat{s}+\sqrt{3}\,c}{2\hat{s}}$ $\quad y=1$ $\quad z=0$
- Si $120 < t \le 180$ alors T est sur CG et $x=0$ $\quad y=1$ $\quad z = \dfrac{2c^2+1+2\sqrt{3}\,c\,\hat{s}}{4c^2-1}$
- Si $180 < t < 240$ alors T est sur GD et $x=0$ $\quad y = \dfrac{2c^2+1+2\sqrt{3}\,c\,\hat{s}}{4c^2-1}$ $\quad z=0$
- Si $240 \le t \le 300$ alors T est sur DE et $x = \dfrac{\hat{s}+\sqrt{3}\,c}{2\hat{s}}$ $\quad y=0$ $\quad z=1$
- Si $300 < t < 360$ alors T est sur EA et $x=1$ $\quad y=0$ $\quad z = \dfrac{2\hat{s}\,(\sqrt{3}\,c-\hat{s})}{4c^2-1}$