DPK

Verdunstungsrate

Martin Lieberherr
Mathematisch Naturwissenschaftliches Gymnasium Rämibühl, 8001 Zürich

Einleitung

'Der Dampfdruck ist ein Mass dafür, wie schnell eine Flüssigkeit verdunstet', sag ich jeweils meinen Klassen. Ich verwende die Floskel 'ein Mass für' um Details zu verschleiern. Eine Lehrkraft sollte aber über entsprechendes Hintergrundwissen verfügen, sonst können die Schülerinnen und Schüler ja gleich selbständig mit einem Buch arbeiten. Folgendes Experiment habe ich durchgeführt, um Daten für eine Aufgabe zu gewinnen und mich selber etwas weiterzubilden.

Experiment

Ich klebte ein Thermoelement auf den Boden einer flachen Glasschale, stellte diese auf eine elektronische Waage und tarierte die Waage auf Null. Dann goss ich etwas heisses Wasser in die Schale und notierte die Temperatur sowie die Wassermasse als Funktion der Zeit, siehe Tabelle 1. Die Wasserschale stand frei auf dem Korpus, aber ich achtete darauf, Luftzug zu vermeiden.

t (min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m (g)	359.30	355.06	351.88	349.60	347.79	346.33	345.11	344.05	343.17	342.40	341.70
ϑ (°C)	86.1	77.8	71.9	67.4	63.7	60.3	57.4	55.3	53.3	51.5	49.7

Tabelle 1: Masse m und Temperatur ϑ von heissem Wasser in einer offenen, flachen Glasschale als Funktion der Zeit t. Die Fehlerschranken sind etwa 0.1 min*,* 0.02 g *und* 0.2 °C.

Die Daten habe ich in einer Maturaufgabe verwendet. Die Schülerinnen und Schüler sollten zuerst die Wassermasse m als Funktion der Zeit t darstellen, siehe Abbildung 1. Das ist den meisten auch gelungen. Danach sollten sie den Verlauf durch eine Funktion mit Parametern beschreiben und für die Parameter Schätzwerte angeben. Das haben die wenigsten geschafft; $m \propto 1/t$ war der häufigste Fehlgriff. Mit 'Exponentialfunktion' war ich bereits zufrieden.

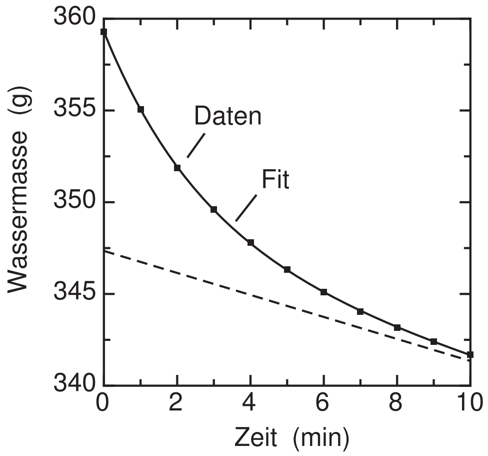

Abbildung 1: Die Masse des heissen Wassers in einer flachen Schale nimmt mit der Zeit ab, weil Wasser verdunstet. Die Daten sind aus Tabelle 1. Die gezeichnete Fitfunktion ist

$$m(t) = a \cdot e^{-t/b} + c + d \cdot t \quad \textit{mit}$$
$$a = 11.94\,\text{g},\ b = 2.76\,\text{min},$$
$$c = 347.35\,\text{g},\ d = -0.600\,\text{g/min}$$

Die gestrichelte Linie ist die Asymptote

$$m = c + d \cdot t$$

Die gesuchte Funktion $m(t)$ muss abnehmend sein. Bei $t = 0$ ist die Steigung endlich. Für grössere Zeiten ist die Asymptote eine leicht fallende Gerade (in Abbildung 1 gestrichelt gezeichnet), denn dann ist die Temperatur konstant und die Verdunstungsrate auch. Die Formel muss einheitenmässig konsistent sein. Eine mögliche Funktion ist in der Legende von Abbildung 1 beschrieben.

Als nächstes liess ich von den Schülerinnen und Schülern die relevanten Energieumsätze berechnen: Wie viel Wärme gibt das Wasser während der ersten Minute ab?

$$\Delta Q = cm\Delta\vartheta = 4182\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot 0.355\,\mathrm{kg}\cdot(86.1-77.8)\,^{\circ}\mathrm{C} = \underline{\underline{12\,\mathrm{kJ}}}$$

Wie gross ist die Verdunstungswärme während der ersten Minute?

$$\Delta Q = \Delta m L_V = (359.30-355.06)\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot 2.3084\cdot 10^{6}\,\mathrm{J/kg} = \underline{\underline{9.79\,\mathrm{kJ}}}$$

Diese Rechnung zeigt, dass der grösste Teil der Wärme durch Verdampfung abgeführt wird. Es lohnt sich also, beim Kochen den Deckel auf die Pfanne zu legen.

Theorie

Zurück zum Problem in der Einleitung: Könnte die Verdunstungsrate proportional zum Dampfdruck sein? Der Dampfdruck einer Flüssigkeit gehorcht in erster Näherung der August'schen Formel:

$$p = p_0 \cdot \exp\left(-\frac{T_0}{T}\right) \qquad \text{Dampfdruck nach Ernst Ferdinand August, moderne Schreibweise}$$

Man erkennt in der August'schen Dampfdruckgleichung unschwer den Boltzmannfaktor $\exp(-W/kT)$, der auch in der Arrheniusgleichung der Reaktionskinetik eine dominante Rolle spielt. Falls also die Verdunstungsrate proportional zum Dampfdruck ist, sollte eine fallende Gerade erscheinen, wenn man den Logarithmus der Verdunstungsrate als Funktion der inversen absoluten Temperatur abträgt, siehe Abbildung 2. Diese Darstellungsweise wird Arrhenius-Plot genannt.

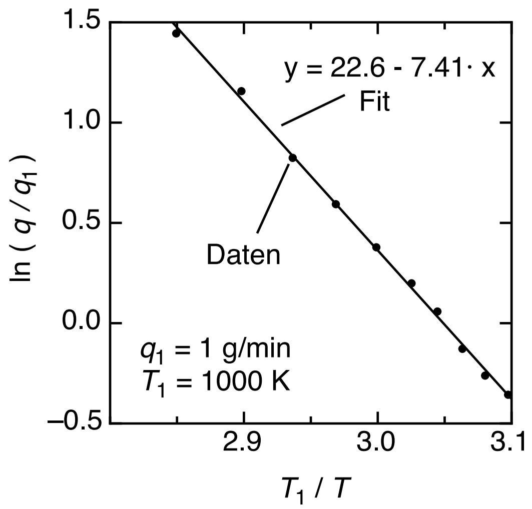

Abbildung 2: Logarithmus der Verdunstungsrate q als Funktion der inversen, absoluten Temperatur T. Die Messwerte liegen näherungsweise auf einer fallenden Geraden.

Die Verdunstungsrate ist die Differenz aufeinander folgender Wägungen, siehe Tabelle 1, pro Minute. Als Temperatur wurde der Wert am Ende des jeweils betrachteten 1min-Intervalls genommen. Man müsste hier eine Art mittlere Temperatur verwenden. Diese Unschärfe verbietet es, die Parameterwerte aus der linearen Regression genauer zu interpretieren. Man müsste nämlich noch prüfen, ob Dampfdruck und Verdunstungsrate denselben Boltzmannfaktor haben.

1. 11. 2012, Lie.