

V S M P
S S P M P
S S I M F

Bulletin

September 2017 — Septembre 2017 — Settembre 2017

N° 135



V S M P
S S P M P
S S I M F

Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte
Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique
Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e di Fisica

DIE NEUEN LEXSOLAR-PRODUKTE JETZT BEI EDUCATEC BESTELLEN

educatec.ch/lexsolar-gmbh/

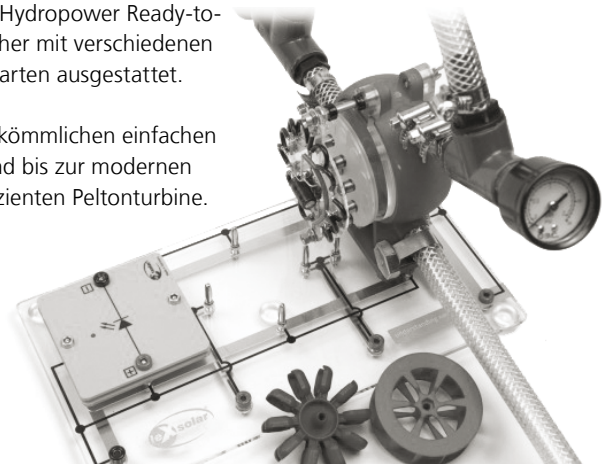
leXsolar-Hydropower Ready-to-go



Dieser neue Experimentierkoffer bietet neben qualitativen Versuchen zur Einführung in das Thema Wasserkraftnutzung vor allem fundierte quantitative Experimente zur Physik von Wasserturbinen. Im Vordergrund steht dabei, wie bei allen leXsolar-Produkten, der Praxisbezug.

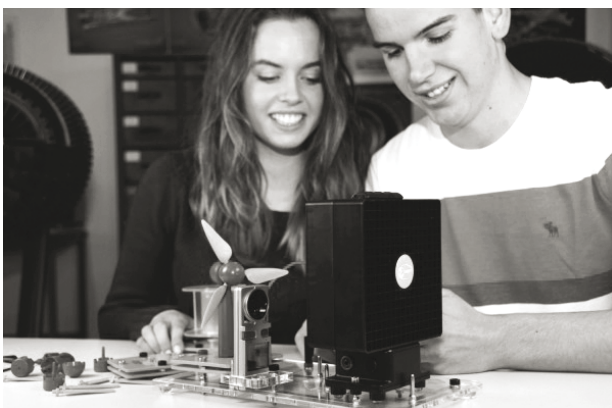
leXsolar-Hydropower Ready-to-go ist daher mit verschiedenen Turbinenarten ausgestattet.

Vom herkömmlichen einfachen Wasserrad bis zur modernen hocheffizienten Pelton-turbine.



leXsolar-Wind Large 2.0

Mit diesem System bleiben keine Fragen zu den physikalischen Grundlagen der Windenergienutzung offen. leXsolar-Wind Large vermittelt durch lehrplanbezogene Experimente ein Verständnis für die Funktionsweise von Windkraftanlagen. So kann beispielsweise der Einfluss von Windstärke und Windrichtung oder der Rotorart untersucht werden. Für die Klassenstufe 5 - 7 können die Versuche phänomenologisch anhand einfacher Verbraucher wie Glühlampe oder Hupe durchgeführt werden, für den Physikunterricht bis Klasse 13 auch vollständig quantitativ.



LeXsolar ist der führende Anbieter für Bildungsprodukte im Bereich Erneuerbare Energien. Die Firma Lexsolar baut seit über zehn Jahren Spezial-Koffer für Schüler mit internationalem Erfolg.

Alle LeXsolar Spezial-Koffer können Sie ebenfalls bei EducaTec AG erwerben. Weitere Informationen zu LeXsolar finden Sie in unserem neuen Shop unter:

<https://educatec.ch/lexsolar-gmbh/>

Weitere Informationen finden Sie in unserem Online Shop unter www.educatec.ch
Für weitere Kataloge von uns wenden Sie sich an contact@educatec.ch



EducaTec AG
Altes Schulhaus, Kanzleigasse 2
Postfach, 5312 Döttingen

T +41 56 245 81 61, F +41 56 245 81 63
contact@educatec.ch, www.educatec.ch



In dieser Ausgabe — *Dans ce numéro*

| | |
|--|-----------|
| VSMP – SSPMP – SSIMF | 2 |
| Einladung zur Generalversammlung – Invitation à l’assemblée générale – Invitation all’assemblea generale | 2 |
| | |
| Deutschschweizerische Mathematikkommission | 3 |
| H.U. Keller | |
| Endziffern von Primzahlen | 3 |
| Vortrag: Mathematik lernen mit Videos | 4 |
| Dr. M. Ziegler | |
| Über die Mathematik zur Kunst | 5 |
| E. Wermelinger | |
| Mathe-Camp DATCH | 6 |
| | |
| Deutschweizerische Physikkommission | 8 |
| Martin Lieberherr | |
| Mechanisch-Relativistischer Dopplereffekt | 8 |
| Samuel Byland | |
| SYPT und IYPT 2017 | 10 |
| | |
| Commission Romande de Mathématiques | 13 |
| Paul Jolissaint | |
| L’étonnante loi de Benford | 13 |
| | |
| Commission Romande de Physique | 18 |
| Dr. François Gaille | |
| Henrietta Swan Leavitt: Une astrophysicienne méconnue | 18 |
| Didier Roulet | |
| Compte-rendu du congrès belge des professeurs de sciences | 21 |

Internet-Adressen — *Adresses Internet*
www.vsmp.ch — www.sspmp.ch — www.ssimf.ch

Titelseite — *Page de Titre*
 Portrait d’Henrietta Swan Leavitt vers 1910 (article dès page 18 dans ce numéro)



V S M P
S S P M P
S S I M F

Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte
Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique
Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e di Fisica

Einladung zur Generalversammlung des VSMP

Invitation à l'assemblée générale de la SSPMP

Invito all'assemblea generale della SSIMF

Freitag 24. November 2017 – *vendredi 24 novembre 2017* – venerdì 24 novembre 2017
Kantonsschule Zug (Lüssiweg 24, 6302 Zug)

A. Rahmenprogramm

Ab ca. 16:30 Uhr, gemäss Angaben auf der Website www.vsmpp.ch (ab Ende Oktober)

B. Generalversammlung 2017 – Assemblée générale 2017 – Assemblea generale 2017

Beginn: 17:30 Uhr

Traktandenliste – *Ordre du jour* – Ordine del giorno:

0. Begrüssung – *Salutations* – Saluto
1. Traktandenliste 2017, Protokoll 2016 – *Ordre du jour 2017, procès-verbal 2016* – Ordine del giorno 2017, verbale 2016
2. Jahresberichte des Vereins und der Kommissionen – *Rapports annuels de la société et des commissions* – Rapporti annuali della società e delle commissioni
3. Jahresrechnungen des Vereins und der Kommissionen 2016/17 – *Comptes annuels de la société et des commissions 2016/17* – Conti annuali della società e delle commissioni 2016/17
4. Budget 2017/18 & Mitgliederbeitrag – *Budget 2017/18 et cotisations* – Preventivo 2017/18 e quota sociale
5. Mutationen – *Mutations* – Mutazioni
6. Wahlen – *Élections* – Elezioni
7. Anträge von Mitgliedern – *Propositions des membres* – Mozioni di membri
8. Varia – *Divers* – Eventuali

Bemerkungen – *Remarques* – Commenti:

- Das Protokoll der letzten GV und die Einladung zur diesjährigen GV (inklusive Traktandenliste) sind ab Ende Oktober 2017 auf unserer Website www.vsmpp.ch zu finden.
- *Le procès-verbal de la dernière AG et l'invitation de cette année (ordre du jour inclus) se trouveront sur notre site internet www.sspmp.ch à partir de fin d'octobre 2017.*
- A partire dalla fine di ottobre 2017 saranno disponibili sul sito www.ssimf.ch il verbale dell'ultima AG e l'invito all'AG di quest'anno (inclusivo dell'ordine del giorno).

C. Gemeinsames Abendessen – Repas du soir en commun - Cena comune

- Im Anschluss an die GV werden wir in einem Restaurant ein gemeinsames Nachtessen einnehmen. Der Ort wird an der GV bekannt gegeben.
- *Après l'assemblée générale on va prendre le diner ensemble. Le restaurant sera communiqué à la fin de l'AG.*
- Al termine è prevista una cena comune; il ristorante sarà comunicato all'AG.

Locarno, settembre 2017, Arno Gropengiesser, Präsident / *Président* / Presidente

Endziffern von Primzahlen

In der Süddeutschen Zeitung

(<http://www.sueddeutsche.de/wissen/mathematik-auf-eins-folgt-meist-drei-1.2909718>)

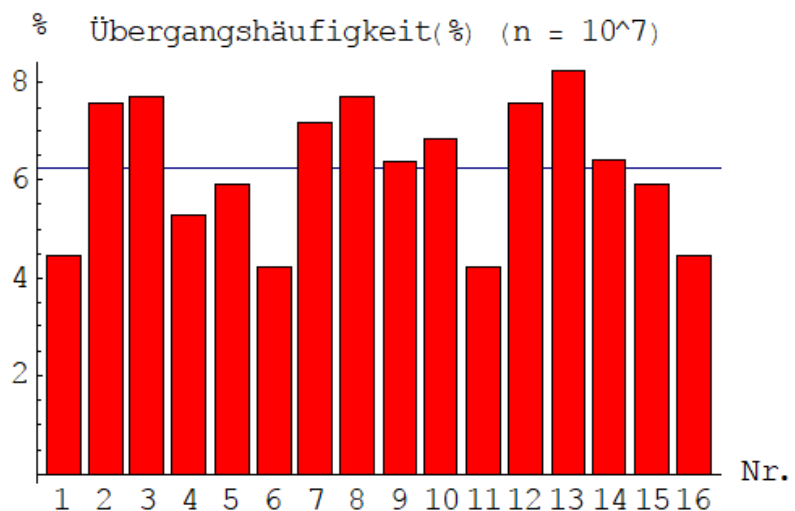
vom 16. März 2016 habe ich kürzlich einen Artikel von Patrick Illinger gefunden, der wie folgt beginnt:

"Zumindest für die ersten Billionen Primzahlen gilt: Ihre letzte Ziffer ist kein Zufall. Auch nach Jahrzehnten der Forschung entdecken Mathematiker im Reich der Primzahlen noch handfeste Überraschungen. Das zeigt eine soeben erschienene Arbeit zweier Zahlentheoretiker der kalifornischen Stanford-Universität. Kannan Soundararajan und sein Kollege Robert Lemke Oliver haben eine Eigenschaft von Primzahlen entdeckt, die darauf hindeutet, dass diese Zahlen nicht so zufällig sind, wie Theoretiker bislang vermuteten: Aufeinanderfolgende Primzahlen wiederholen ihre Endziffer nur ungern."

Stimmt das denn auch?

Die letzte Ziffer einer Primzahl kann – ab $P[4] = 7$ – nur eine der Ziffern 1, 3, 7 oder 9 sein. Ich habe bei den ersten 10 Millionen von Übergängen von einer Primzahl ab $P[4] = 7$ zur nächsten je die letzte Ziffer zweier aufeinanderfolgender Primzahlen angeschaut, von $P[4] = 7$ zu $P[5] = 11$, von $P[5] = 11$ zu $P[6] = 13$, ..., bis von $P[10'000'003] = 179424719$ zu $P[10'000'004] = 179424731$. Es ergeben sich aus diesen 10 Millionen Paaren nicht etwa gleichverteilt die gleichen Häufigkeiten für jeden der 16 möglichen Übergänge – also in etwa $10'000'000 : 16 = 625'000$, sondern die Häufigkeiten, die in der Tabelle links unten (mit Nummer, Übergang und seiner absoluter Häufigkeit) angegeben sind, und die unten rechts graphisch dargestellt sind:

| | | |
|----|--------|--------|
| 1 | {1, 1} | 446808 |
| 2 | {1, 3} | 756071 |
| 3 | {1, 7} | 769924 |
| 4 | {1, 9} | 526953 |
| 5 | {3, 1} | 593196 |
| 6 | {3, 3} | 422302 |
| 7 | {3, 7} | 714795 |
| 8 | {3, 9} | 769915 |
| 9 | {7, 1} | 639384 |
| 10 | {7, 3} | 681759 |
| 11 | {7, 7} | 422289 |
| 12 | {7, 9} | 756852 |
| 13 | {9, 1} | 820369 |
| 14 | {9, 3} | 640076 |
| 15 | {9, 7} | 593275 |
| 16 | {9, 9} | 446032 |



Es fällt auf, dass insbesondere die Übergänge {1, 1}, (entsprechend Nr. 1), {3, 3} (mit Nr. 6), {7, 7} (mit Nr. 11) und {9, 9} (mit Nr. 16) deutlich unterdurchschnittlich oft vorkommen: Aufeinanderfolgende Primzahlen wiederholen ihre Endziffer anscheinend tatsächlich nur "ungern", was sich offensichtlich schon bei der Untersuchung von etwa 10 Millionen von Primzahlübergängen zeigt.

H.U. Keller, MNG / Mai 2017.

Vom Kindergarten bis zur Hochschule – Mathematik im Unterricht heute

Zentrale Aspekte des Mathematiklernens gelten vom Kindergarten bis zur Hochschule. In dieser Vortragsreihe der Fachbereiche Mathematik der PH Zürich und der ETH Zürich soll vorgestellt werden, was für den Mathematikunterricht aller Stufen wesentlich ist – theoretisch fundiert und praktisch illustriert. Diese Veranstaltung richtet sich an Lehrpersonen aller Stufen sowie an Mathematikunterricht Interessierte.

Donnerstag, 18. Januar 2018 in Zürich

17:15 bis 18:45 Uhr Vortrag mit anschliessendem Apéro (Eintritt frei)

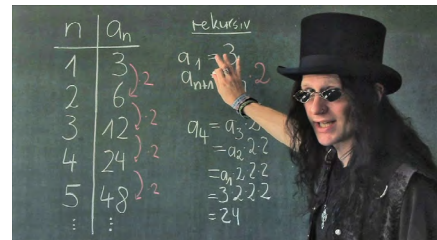
Christian Spannagel (PH Heidelberg):

Mathematik lernen mit Videos

Kinder und Jugendliche lernen alles Mögliche auf Youtube, und auch Begriffe wie «Flipped Classroom» («Umgedrehter Unterricht», in welchem die Lerninhalte vorgängig zum Unterricht selbständig erarbeitet und im Unterricht angewendet und diskutiert werden) und «Massive Open Online Course» (Online-Kurse, welche traditionelle Formen wie Videos und Lesematerial mit Foren zum Austausch kombinieren) rücken Videolernen in den Vordergrund.

Geht das auch im Mathematikunterricht in der Schule? Wie jedes andere Medium müssen auch Videos didaktisch passend verortet werden. In dem Vortrag werden didaktische Modelle vorgestellt und Vor- und Nachteile von Videos im Mathematikunterricht diskutiert. Darüber hinaus werden technische Tricks und Kniffe zur einfachen Erstellung von Mathevideos gezeigt.

Insbesondere die Methode «Flipped Classroom» wird ausführlich besprochen, insbesondere auch hinsichtlich der Fragen, bei welchen mathematischen Inhalten sich die Methode eignet und wie man damit umgehen kann, wenn Schülerinnen und Schüler sich nicht mit Hilfe der Videos auf den Unterricht vorbereitet haben. Es werden zahlreiche Beispiele von der Grundschule bis zur Sekundarstufe II gegeben.



Christian Spannagel ist Professor für Mathematik- und Informatikdidaktik an der Pädagogischen Hochschule Heidelberg. Sein Forschungsinteresse gilt dem Einsatz digitaler Technologien in Hochschule und Schule. Er befasst sich insbesondere mit dem Einsatz des Flipped Classroom in unterschiedlichen Lernsettings und führt seine Mathematikvorlesungen selbst mit Hilfe von Youtube-Videos durch.

Herzlich laden ein

Norbert Hungerbühler (ETH Zürich) und
René Schelldorfer (PH Zürich)

Veranstaltungsort

ETH Zürich, Hauptgebäude
Rämistr. 101, 8092 Zürich
Hörsaal HG F 3



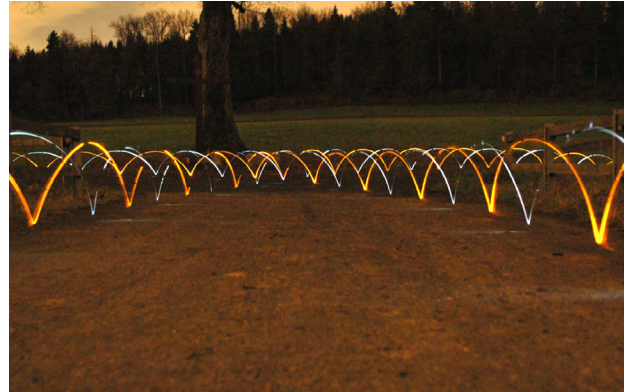
Tram Linie 6 oder 10 ab HB bis «ETH/Unispital»,
Linie 9 ab Bellevue bis «ETH/Unispital»,

Über die Mathematik zur Kunst

Dr. M. Ziegler, Wissenschaftlicher Berater Technorama (max.ziegler@technorama.ch)

Die beiden Schüler **Timo Arnold** und **Lorenz Krammer** aus der **Kantonsschule Zug** behandelten im Mathematikunterricht die Zykloide mit all ihren Eigenschaften und Anwendungen.

In der Freizeit setzten sie das Gelernte in ein Kunstobjekt um, indem sie an den Speichen eines Fahrrades zwei Lichtquellen montierten, und mit einer Langzeitaufnahme Zykloiden in die Landschaft zeichneten.



Die Aufnahme gefiel ihnen so gut, dass sie diese im Naturwissenschaftlichen Fotowettbewerb 2016/17 des Technorama einreichten. Die Jury sprach dieser Aufnahme einen 1. Preis in der Kategorie „Geplante Aufnahmen“ zu. Die beiden Schüler wurden für ihre Auseinandersetzung mit Kunst und Mathematik mit Fr. 1000.- belohnt.

Der Naturwissenschaftliche Fotowettbewerb wurde zum fünften Mal durchgeführt und stellt eine spezielle MINT-Förderung dar. Die Schülerinnen und Schüler sollen zum Beobachten angeregt werden, indem sie spontan oder geplant Naturphänomene fotografisch festhalten und interpretieren. Es kann dies, über die Kunst, auch ein alternativer Zugang zu den Naturwissenschaften sein.

Weitere, gelungene Aufnahmen des diesjährigen Wettbewerbs von Phänomenen, die mit den Naturwissenschaften Biologie Chemie und Physik entschlüsselt werden können, finden sich auf der Homepage des SSCT. (<http://www.technorama.ch/informationen/lehrerinformationen/fotowettbewerb>)

Der Fotowettbewerb 2017/18 läuft bis zum 31. März 2018

Mathe-Camp DATCH 2017 in Quarten

Eindrücke des CH-Teilnehmers Eric Wermelinger (Villmergen)

DATCH steht für Deutschland, Österreich und die Schweiz (D, AT, CH). Das DATCH-Treffen wird jährlich für die jeweils besten 3 Schülerinnen und Schüler der 7. und 8. Klasse beim Känguruwettbewerb jeden Landes durchgeführt. Dieses Jahr fand das Treffen vom 22. bis 25. Juni in der Schweiz in Quarten oberhalb des Walensees statt.

Das Schweizer Team geniesst hier die herrliche Aussicht.



Donnerstag

Nachdem sich das Schweizer Team in Zürich getroffen hatte, reiste es gemeinsam als Delegation in das Bildungszentrum Neu-Schönstatt oberhalb des strahlend blauen Walensees in Quarten. Als die Teilnehmer aus Österreich und Deutschland ebenfalls eingetroffen waren und sich gegenseitig kennengelernt hatten, wurden wir beim Nachtessen kulinarisch verwöhnt. Danach ging es bereits los mit dem ersten von insgesamt 3 Wettkämpfen: dem Speedwettbewerb. In Dreier-Teams waren insgesamt 30 Aufgaben im 'multiple-choice' Modus zu lösen. Das schwierige dabei war, wie der Name schon verrät, die Balance zu finden zwischen Tempo und dem richtigen Antworten.

Nach dem ersten Wettkampftag lag Deutschland vor Österreich in Führung.



Freitag

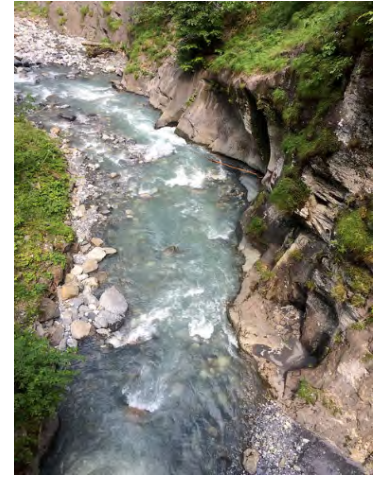
Am Morgen, direkt nach dem feinen Frühstück, stand der Einzelwettbewerb auf dem Programm. In diesem musste jede Schülerin und Schüler 7 knifflige Aufgaben bearbeiten und diese sauber mit Lösungsweg und Begründung abgeben. Erst dann konnte man die volle Punktzahl einstreichen.



Nach dem leckeren Mittagessen stand der interessante Besuch bei der 'Suisse Chocolatier Läderach' in Bilten auf dem Programm. Hier kamen alle Schokoladenliebhaber voll und ganz auf ihre Kosten und konnten sich den Bauch vollschlagen. Nach dem Abendessen liessen wir den Tag gemeinsam mit Spielen ausklingen.

Samstag

Am Morgen begannen wir nach dem Frühstück mit dem Gruppenwettbewerb. Man musste als Team 5 von 7 schwierigen Aufgaben auswählen, diese lösen und wieder vollständig sauber, mit Lösungsweg und Begründung abgeben. Zudem musste jedes Team eine gelöste Aufgabe vor den anderen Teilnehmern und der Jury präsentieren. Nach dem Mittagessen ging es auf eine spektakuläre Wanderung in der Taminaschlucht. Am Abend fand dann die spannende und aufregende Rangverkündung statt. Deutschland gewann das DATCH-Treffen 2017 souverän vor Österreich, welches knapp vor der Schweiz lag. Am Abend hatten wir jede Menge Spass bei einem Grillfest draussen.



Sonntag

Am Morgen packten die Teilnehmer die Koffer, verabschiedeten sich voneinander und reisten in den Delegationen zurück. Es war ein tolles Lager voller Freude und Spass für die Teilnehmer und Betreuer. Wir hatten viel gelernt und konnten tolle Freundschaften knüpfen.

Vielen Dank den Sponsoren 'Mensa Stiftung' und ETH Zürich für die finanzielle Unterstützung und ein herzliches Dankeschön den Betreuern. Ohne ihren grossen Einsatz wäre es gar nie möglich gewesen, ein DATCH-Treffen durchzuführen. Ebenfalls vielen Dank dem Bildungszentrum Neuschönstatt, dass wir für 4 Tage bei euch sein durften.



Nähere Hinweise zu den DATCH-Treffen sind hier zu finden: <http://www.mathe-kaenguru.ch>

CH-Leitung 2017: L. Florez Hernandez, C. Pohle & Hj. Stocker

Mechanisch-Relativistischer Dopplereffekt

Martin Lieberherr, MNG Rämibühl, martin.lieberherr@mng.ch

1 Einleitung

In der Wellenlehre wird gewöhnlich zwischen dem akustischen und optischen Dopplereffekt unterschieden. Der akustische Dopplereffekt tritt bei Schallwellen auf und wird klassisch gerechnet. Der optische Dopplereffekt wird relativistisch behandelt und gilt für elektromagnetische Wellen. Ich möchte das gerne anhand eines Gedankenexperiments in einen grösseren Kontext setzen. Der Dopplereffekt ist aus heutiger Sicht kein Wellenphänomen: Er beschreibt nur die Transformation von Längen und Zeiten beim Wechsel des Bezugssystems. Bei der Anwendung auf Wellen ist die Länge natürlich die Wellenlänge und die Zeit die Schwingungsdauer (Kehrwert der Frequenz). Um das zu zeigen werde ich ein mechanisches Beispiel relativistisch durchrechnen. Als Vorwissen wird die Phase einer Welle sowie die Lorentztransformation benötigt. Die Rechnung gibt mir auch Gelegenheit, für eine modernere Sicht auf die spezielle Relativitätstheorie zu werben.

2 Gedankenexperiment

Der Kondukteur setzt sich für den Znüni in den fahrenden Speisewagen. Die Kellnerin bringt ihm ein Steakmesser mit Wellenschliff. Wir betrachten diese "Messerwelle" aus der Sicht des Kondukteurs und der Bahnhofsvorsteherin, während der Zug durch den Bahnhof fährt. Wir rechnen eindimensional.

1. Kondukteur-System S_0

Der Kondukteur kann die Messerschneide als mechanische Welle mit Wellenfunktion $y = \hat{y} \sin(k_0 x_0 - \omega_0 t_0)$ beschreiben. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Messerwelle ist $u_0 = \omega_0 / k_0$.

2. Bahnhofsvorsteherin-System S_1

Der Zug fährt mit Geschwindigkeit v durch den Bahnhof. Auch für die Bahnhofsvorsteherin stellt die Messerschneide eine Welle dar: $y = \hat{y} \sin(k_1 x_1 - \omega_1 t_1)$.

3. Vergleich der Beobachtungen in S_0 und S_1

Wenn wir mit dem Stecken einem Gartenzaun entlang streichen, so wissen wir, dass sich die Ratterfrequenz ändert, wenn wir schneller laufen. Wir erwarten, dass sich auch bei der Messerwelle die Kreisfrequenz ändert: $\omega_1 \neq \omega_0$. Die Koordinaten in den zwei Bezugssystemen hängen über eine Lorentztransformation zusammen. Invarianten sind in allen Inertialsystemen gleich. Die Phase der Messerwelle ist so eine Invariante, denn eine Nullstelle der Messerwelle ist in allen Bezugssystemen dieselbe Nullstelle. Also gilt

$$k_1 x_1 - \omega_1 t_1 = k_0 x_0 - \omega_0 t_0 \quad \text{Lorentztransformation anwenden} \quad (1)$$

$$k_1 x_1 - \omega_1 t_1 = k_0 \gamma (x_1 + v t_1) - \omega_0 \gamma \left(t_1 + \frac{v}{c^2} x_1 \right) \quad (2)$$

Diese Gleichung muss für alle Orte und Zeiten gelten, insbesondere für $x_1 = 0$. Damit folgt

$$-\omega_1 t_1 = k_0 \gamma v t_1 - \omega_0 \gamma t_1 \quad (3)$$

Diese Gleichung kann für alle Zeitpunkte erfüllt werden, falls

$$\omega_1 = \omega_0\gamma - k_0\gamma v = \omega_0\gamma \left(1 - \frac{k_0 v}{\omega_0}\right) = \omega_0\gamma \left(1 - \frac{v}{u_0}\right) \quad (4)$$

Verwenden wir noch $\omega = 2\pi f$, so erhalten wir die Dopplerformel in der Standardform

$$f_1 = f_0\gamma \left(1 - \frac{v}{u_0}\right) = f_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \left(1 - \frac{v}{u_0}\right) \quad (5)$$

Je nach Bewegungsrichtung kann in der Klammer auch das andere Vorzeichen stehen.

3 Diskussion

Anstatt der Messerwelle, die nichts anderes als ein bewegter Massstab ist, hätte man auch die Schallwelle betrachten können, welche die Bestellung vom Mund der Kondukteurin zum Ohr des Kellners transportiert. Dann hat man den akustischen Dopplereffekt relativistisch gerechnet. Oder wie wärs mit folgender Geschichte: Der Kondukteur spritzt die Bahnhofsvorsteherin aus dem fahrenden Zug mit der Wasserpistole an. Er drückt während der Zeit T_0 auf den Abzug und das Wasser spritzt mit u_0 heraus. Während welcher Zeit T_1 fühlt sich die Bahnhofsvorsteherin angegrasst? Die Antwort ist $T_0 = T_1 \cdot \gamma \cdot (1 - v/u_0)$.

Gleichung 5 unterscheidet sich in einem Punkt von der üblichen Dopplerformel $f_1 = f_0\gamma(1 - v/c)$: Statt der Lichtgeschwindigkeit c steht die Geschwindigkeit u_0 der mechanischen Welle (oder des Massstabs). Das c^2 im Lorentzfaktor γ ist "nur zufällig" gleich der Lichtgeschwindigkeit im Quadrat. Es gab mal den Vorschlag, das c^2 in $E = mc^2$ in "Einsteinkonstante" umzutauften. Diese Konstante lässt sich im Prinzip ohne Rückgriff auf die Elektrodynamik bestimmen, d.h. ohne das Postulat von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Sie folgt beispielsweise aus den Massen und Energien eines radioaktiven Zerfalls. Wenn sich einmal herausstellen sollte, dass Licht eine kleine Masse hat, würde sich das c^2 in $E = mc^2$ nicht ändern, wohl aber das c in der Dopplerformel. Da aber gegenwärtig das Licht keine Ruhemasse hat, bewegt es sich in allen Inertialsystemen mit derselben Schnelligkeit $c = \sqrt{c^2}$. Die Geschwindigkeit einer akustischen Welle, der Messerwelle oder des Wasserpistolenstrahls hängt hingegen vom Bezugssystem ab.

Bestrebungen, die spezielle Relativitätstheorie von der Elektrodynamik respektive dem Licht zu lösen, begannen im Jahr 1910 mit einem Vortrag von Wladimir Ignatowsky [1]. Unter dem Schlagwort "relativity without light" findet sich eine reichhaltige Literatur. Ein schönes Beispiel findet sich in [2]. Dort wird das Geschwindigkeitstransformationsgesetz aus allgemeinen Anforderungen (Homogenität des Raumes, Gruppenstruktur der Transformationen u.ä.) in der Form $u + v = w + k \cdot uv$ hergeleitet ($k = 1/c^2$).

Wie Einstein schon selbst bemerkt hat, ist sein Postulat von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit eigentlich überflüssig. Auch das berühmte Michelson-Morley Experiment ist unnötig; seine Bedeutung ist historischer Art. Einstein hat es in seiner Arbeit von 1905 jedenfalls nicht explizit erwähnt. Statt also im Unterricht den Äther, den die Schülerinnen und Schüler nicht kennen, einzuführen und mit dem nicht so einfachen Michelson-Morley Experiment zu zeigen, dass es ihn doch nicht gibt, kann man ohne diese Extraschleife direkt mit Beispielen anfangen. Falls man das zweite Postulat unbedingt verwenden will, weil es so praktisch und didaktisch hilfreich ist, lässt es sich auf einfachere Art motivieren.

25. Juni 2017, Lie.

Literatur

- [1] W. von Ignatowsky "Einige allgemeine Bemerkungen über das Relativitätsprinzip", Physikalische Zeitschrift. 11, 1910b, S. 972–976
- [2] A. Sen, "How Galileo could have derived the special theory of relativity", Am. J. Phys. 62 (2), Feb. 1994, 157- 162

Swiss and International Young Physicists' Tournament 2017

Samuel Byland, Pro IYPT-CH, samuel.byland@sypt.ch

SYPT Physics Week (13. – 17. Februar 2017)

Erstmals organisierte der Verein Pro IYPT-CH eine Vorbereitungswoche für Schülerinnen und Schüler, welche beim SYPT (*Swiss Young Physicists' Tournament*) teilnehmen wollten, aber an der eigenen Schule nicht unbedingt die für eine gute Vorbereitung benötigte Unterstützung vorfanden.

Am Montag trafen zwanzig Physik-Begeisterte aus allen Regionen der Schweiz in Zürich ein. Während fünf Tagen wurden sie von erfahrenen Coaches bei der Bearbeitung von theoretischen und experimentellen Aspekten des von ihnen gewählten IYPT-Problems betreut. Beim Optimieren der Versuchsanordnungen, Durchführen von Messungen, Auswerten der Daten und Diskutieren der nicht immer erhofften Resultate verstrich die Zeit wie im Fluge.

Neben den vielen im Physikinstitut der Kantonsschule Rämibühl verbrachten Stunden kam aber auch die Freizeit nicht zu kurz. Bei den gemeinsamen Mahlzeiten und Aktivitäten wie z.B. Schlittschuhlaufen oder Billardspielen lernte man sich gegenseitig besser kennen und schätzen. Obwohl allen bewusst war, dass man sich bald beim SYPT im Rahmen eines *Physics Fight* begegnen könnte, stand das gemeinsame Erlebnis und nicht die Konkurrenz im Vordergrund.

Die Premiere der *Physics Week* darf rückblickend bestimmt als Erfolg gewertet werden. Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer hatten trotz (oder gerade wegen) des strengen Programms viel Spass, und viele konnten sich dank der soliden Vorbereitung beim SYPT in den vorderen Rängen platzieren.

SYPT an der EPFL (18./19. März 2017)

Nachdem im Vorjahr erstmals ein Team aus der Westschweiz am *Swiss Young Physicists' Tournament* (SYPT) teilgenommen hatte, wurden mit dem SYPT 2017 auch bezüglich des Austragungsortes die Grenzen der Deutschschweiz durchbrochen. Die EPFL bot einen äusserst würdigen Rahmen für die Jubiläumsausgabe. Bereits zum zehnten Mal traten nämlich Schülerinnen und Schüler zur „Physik-Schweizermeisterschaft“ an, wobei diesmal sogar erstmals alle Sprachregionen der Schweiz vertreten waren. Die 21 Teams lieferten sich in den drei Vorrunden spannende *Physics Fights* auf hohem Niveau.

Im Finale der drei besten Teams standen sich Schülerinnen und Schüler von vier verschiedenen Schulen gegenüber. Letztlich setzten sich *Dead Physicists' Society* (Aladin Bouddat, Johann Schwabe und Florian Wirth, alle KS Zürcher Oberland) mit dem winzigen Vorsprung von 0.2 Punkten knapp durch.

Die Leistungen der Teams wurden von einer fachkundigen Jury kompetent bewertet. Für diese wichtige Aufgabe stellten sich Physikerinnen und Physiker von (Hoch-) Schulen, Forschungsinstituten und Industrie, sowie ehemalige Teilnehmerinnen und Teilnehmer des SYPT zur Verfügung. Alle Anwesenden zeigten sich beeindruckt von den z.T. hochstehenden Lösungsvorschlägen und den engagiert geführten Diskussionen.

Als Höhepunkt ausserhalb der Wettkämpfe organisierte das Physikdepartement der EPFL eine unterhaltsame Vorlesung mit spektakulären Experimenten.

Teamqualifikation (10./11. April 2017)

Zehn der erfolgreichsten Teilnehmerinnen und Teilnehmer des SYPT bewarben sich für die Teamqualifikation, für welche sie in kurzer Zeit ein neues IYPT-Problem bearbeiten mussten. Am Tag der Entscheidung traten sie in immer wieder neuen Teamzusammensetzungen und in allen drei Rollen (*Reporter*, *Opponent*, *Reviewer*) zu mehreren *Physics Fights* an.

Neben der Qualität der Lösungen flossen auch eine schnelle Auffassungsgabe, physikalisches Wissen, kommunikative Fähigkeiten und Teamwork in die Bewertung des Auswahlgremiums ein. Die Entscheidung fiel nicht leicht, aber letztlich überzeugten Tehya Birch, Ivana Klasovita, Zara Vance (alle MNG Rämibühl), Florian Wirth (KS Zürcher Oberland) und Xiao Yu (Lyceum Alpinum Zuoz) am meisten.

IYPT in Singapur (5. – 12. Juli 2017)

Nach intensiven Vorbereitungstagen vor der Abreise machte sich das Schweizer Team unter der Leitung von Eric Schertenleib und Daniel Keller auf den Weg nach Singapur. Samuel Byland als *Independent Juror* und Mitglied des *IYPT Executive Committee* ergänzte die Delegation.

Teams von dreissig Nationen aus aller Welt versammelten sich am ersten Wettkampftag zur Eröffnungsfeier an der *National University of Singapore*, welche mit viel Musik und Tanz einen ersten Eindruck von der Vielfalt des Gastgeberlandes vermittelte.

Zur intensiven Anspannung in den *Physics Fights* gesellte sich beim Schweizer Team grosse Müdigkeit, da nachts noch fleissig an den Präsentationen gefeilt werden musste. Die Gemütslage während des Wettkampfes glich einer Achterbahnfahrt zwischen grosser Enttäuschung und Hoffnung. Dass am Ende eine Bronzemedaille für eine Platzierung in der vorderen Hälfte aller Teams heraussprang, entspricht sicher den realistischen Erwartungen vor dem Turnier. Damit kehrte die Schweiz zum sechsten Mal in Folge mit einer Medaille vom IYPT zurück!



Abbildung 1: Das erfolgreiche Schweizer Team beim IYPT 2017 (v.l.n.r.: Xiao Yu, Zara Vance, Ivana Klasovita, Tehya Birch, Florian Wirth)

Für Entspannung während und nach den fordernden Wettkampftagen sorgten mehrere Exkursionen. Höhepunkte waren die *Gardens by the Bay*, in denen man sich inmitten der tropischen Stadt eine willkommene Abkühlung gönnen konnte, sowie der Ausflug in den Vergnügungspark der Universal Studios.

Ausblick auf das SYPT 2018

Nach der erfolgreichen Premiere ist auch für nächstes Jahr eine *SYPT Physics Week* geplant. Diese wird vom **12. bis 16. Februar 2018** am **MNG Rämibühl Zürich** stattfinden. Für die Austragung des SYPT 2018 hat sich die **Universität Basel** bereit erklärt. Das Turnier findet am Wochenende vom **17./18. März 2018** statt. Anmelde-schluss ist der **31. Dezember 2017**.

Für jüngere Schülerinnen und Schüler (12 bis 16 Jahre) organisiert der Verein Pro IYPT-CH zum zweiten Mal das *Swiss Young Naturalists' Tournament*. Mehr Informationen dazu findet man auf der Website ([4]).

Referenzen

- [1] *Swiss Young Physicists' Tournament* (www.sypt.ch)
- [2] *International Young Physicists' Tournament* (iypt.org)
- [3] Problemstellungen für SYPT/IYPT 2018 (http://iypt.org/images/9/9f/problems2018_signed.pdf)
- [4] *Swiss Young Naturalists' Tournament* (www.synt.ch)
- [5] Schweizer Jugend forscht (sjf.ch)

L'étonnante loi de Benford

Paul Jolissaint, HEP-BEJUNE et Université de Neuchâtel, pajolissaint@sunrise.ch

1 Introduction

La répartition des chiffres $1, \dots, 9$ en tant que premiers chiffres significatifs (par exemple 2 est le premier chiffre significatif de 2345.6, 7 est celui de 0.078) dans un grand nombre d'ensembles de données numériques est contre-intuitive. Découverte une première fois par S. Newcomb [9] à la fin du XIX^e siècle en constatant que les premières pages des tables de logarithmes étaient plus usées que les suivantes, l'observation est passée inaperçue, puis a été redécouverte indépendamment en 1938 par F. Benford. Ce dernier a rassemblé 20'229 données numériques provenant de sources diverses et a appelé cette règle la **loi des nombres anormaux** [1]. Le nom de la loi a été attribué à Benford car, contrairement à son prédécesseur malheureux, son article a été abondamment lu. De très bonnes introductions "grand public" en français sont présentées dans [3] et [6], et une présentation mathématiquement rigoureuse et complète est contenue dans la monographie récente [2].

Nous allons motiver notre sujet par la description d'un exemple typique de fraude. En 1993, Wayne J. Nelson, un employé du Trésor de l'état d'Arizona, est reconnu coupable d'avoir détourné près de 2 millions de dollars en versant à des personnes fictives 23 chèques dont voici la liste des dates et des montants en dollars correspondants :

- (a) Le 9 octobre 1992 : 1'927.48 et 27'902.31.
- (b) Le 14 octobre 1992 : 86'241.90, 72'117.46, 81'321.75, 81'321.75 et 97'473.96.
- (c) Le 19 octobre 1992 : 93'249.11, 89'658.17, 87'776.89, 92'105.83, 79'949.16, 87'602.93, 96'879.27, 91'806.47, 84'991.67, 90'831.83, 93'766.67, 88'338.72, 94'639.49, 83'709.28, 96'412.21, 88'432.86 et 71'552.16.

Voici quelques indices de fraude :

- Le fraudeur a commencé par de petites valeurs, puis les montants et leur nombre ont augmenté.
- Tous les montants étaient inférieurs à \$100'000 : des montants supérieurs auraient sans doute fait l'objet de vérifications par un supérieur hiérarchique.
- Les chiffres significatifs sont trop grands : plus de 90 % admettent 7,8 ou 9 comme premier chiffre. De plus, chacune des paires de premiers chiffres 87, 88, 93 et 96 a été utilisée deux fois dans les 23 montants.

Or, la dernière observation est en contradiction avec la *loi de Benford*. Avant d'en donner la définition précise dans le paragraphe suivant, signalons que, lorsque l'on relève au hasard un nombre assez grand (disons au moins 200) de données numériques de l'un des ensembles suivants

- valeurs boursières
- listes de prix d'articles divers ¹
- valeurs numériques variées tirées de journaux
- grandeurs géographiques (populations de villes, superficies des lacs d'un certain continent, débit de rivières, etc.)
- dans une certaine mesure : les numéros des maisons dans les rues (aux USA, par exemple)
- ...

on constate que le premier chiffre significatif de ces valeurs est plus souvent 1 que 2, qui est plus fréquent que 3, etc., le chiffre le moins fréquent étant 9.

Et cette constatation reste vraie même si l'on change les unités !

1. Mon collègue Didier Müller du Lycée cantonal de Porrentruy m'a communiqué dernièrement l'anecdote suivante : en guise de préliminaire à la présentation de la loi de Benford dans l'une de ses classes, il avait demandé à ses élèves de relever les prix d'articles variés dans des supermarchés ou dans des magazines. Or, les valeurs présentées par un des élèves ne satisfaisaient pas la loi : l'élève a dû avouer qu'il n'avait pas réalisé le travail demandé et avait inventé les valeurs présentées !

2 Définitions

Donnons tout d'abord une première définition élémentaire de la loi de Benford.

Définition 2.1 *Un ensemble de valeurs numériques suit la loi de Benford si, pour chaque chiffre $d \in \{1, \dots, 9\}$ la proportion de valeurs qui commencent par d est*

$$\log\left(\frac{d+1}{d}\right),$$

où $\log(x)$ désigne le logarithme en base 10 du nombre $x > 0$.

Explicitement, cela donne :

| Chiffre | Fréquence théorique |
|---------|--------------------------|
| 1 | $\log(2/1) \cong 0.301$ |
| 2 | $\log(3/2) \cong 0.176$ |
| 3 | $\log(4/3) \cong 0.125$ |
| 4 | $\log(5/4) \cong 0.097$ |
| 5 | $\log(6/5) \cong 0.079$ |
| 6 | $\log(7/6) \cong 0.067$ |
| 7 | $\log(8/7) \cong 0.058$ |
| 8 | $\log(9/8) \cong 0.051$ |
| 9 | $\log(10/9) \cong 0.046$ |

Avant de définir la loi générale, introduisons deux notations. Soit $x > 0$; son *significande* est l'unique nombre $S(x) \in [1, 10)$ tel que

$$x = S(x) \cdot 10^k$$

pour un certain entier k (nécessairement unique). Si $x > 0$, on note $D_1(x)$ le **premier chiffre significatif** de x ; c'est la partie entière de $S(x)$ et $D_1(x) \in \{1, \dots, 9\}$.

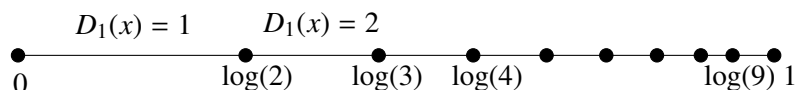
Nous pouvons maintenant interpréter le fait que, pour un certain $x > 0$, on ait $D_1(x) = d$. Cela signifie que $d \cdot 10^k \leq x < (d+1) \cdot 10^k$ pour un certain entier k . Autrement dit,

$$d \leq S(x) < d+1 \quad \text{ou encore} \quad \log(S(x)) \in [\log(d), \log(d+1)).$$

Or, $\log\left(\frac{d+1}{d}\right) = \log(d+1) - \log(d)$ est la **longueur** de l'intervalle

$$[\log(d), \log(d+1)).$$

Ainsi, dire qu'un ensemble de valeurs positives $\{x_1, \dots, x_n, \dots\}$ satisfait la loi de Benford au sens de la définition 2.1 revient à dire que, pour chacun des chiffres $d \in \{1, \dots, 9\}$, la proportion des valeurs k telles que $D_1(x_k) = d$ est égale à la longueur de l'intervalle $[\log(d), \log(d+1))$, c'est-à-dire à $\log(d+1) - \log(d) = \log\left(\frac{d+1}{d}\right)$. L'ensemble des valeurs $\{\log(S(x_1)), \dots, \log(S(x_n)), \dots\}$ est donc **uniformément réparti dans l'intervalle** $[0, 1]$.



Cela mène à la définition générale suivante pour les suites de nombres positifs $(x_n)_{n \geq 1} = (x_1, x_2, \dots)$:

Définition 2.2 *Une suite (x_n) satisfait la loi de Benford si, pour tout $t \in [0, 1]$,*

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\#\{1 \leq n \leq N : \log(S(x_n)) < t\}}{N} = t.$$

Remarquons que, pour tout $x > 0$, $\log(S(x)) = \langle \log(x) \rangle$, où $\langle \cdot \rangle$ désigne la partie fractionnaire (appelée aussi **mantisse** du logarithme). La loi générale implique bien la première puisque, pour tout digit $1 \leq d \leq 9$, la proportion des valeurs x_k telles que $d \leq D_1(x_k) < d + 1$ est égale à la différence

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\#\{1 \leq n \leq N : \log(S(x_n)) < \log(d + 1)\}}{N} - \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\#\{1 \leq n \leq N : \log(S(x_n)) < \log(d)\}}{N} = \log(d + 1) - \log(d).$$

La preuve rigoureuse que certaines suites satisfont la loi de Benford repose sur le critère suivant dû à H. Weyl [10] : tout d'abord, disons qu'une suite $(a_n) \subset \mathbb{R}$ est **uniformément distribuée modulo 1** (abrégé u.d. mod 1) si, pour tout $t \in [0, 1]$,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\#\{1 \leq n \leq N : \langle a_n \rangle < t\}}{N} = t.$$

Théorème 2.3 (Théorème de Weyl) *La suite (a_n) est u.d. mod 1 si et seulement si, pour tout $k \in \mathbb{Z}$, $k \neq 0$, on a*

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{2k\pi i a_n} = 0.$$

IDÉE DE LA PREUVE. Dire que $(a_n)_{n \geq 1}$ est u.d. mod 1 revient à dire que la loi de probabilité de la suite des parties fractionnaires $(\langle a_n \rangle)_{n \geq 1}$ est la loi uniforme sur $[0, 1]$. Or, la fonction caractéristique (transformée de Fourier) de la loi uniforme est la distribution de Dirac δ_0 sur \mathbb{Z} :

$$\delta_0(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } k = 0 \\ 0 & \text{si } k \neq 0. \end{cases}$$

D'un autre côté, la fonction caractéristique de la distribution

$$F_N(t) = \frac{\#\{1 \leq n \leq N : \langle a_n \rangle < t\}}{N}$$

est la fonction $k \mapsto \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{2k\pi i \langle a_n \rangle} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{2k\pi i a_n}$. Le théorème de continuité de Lévy-Cramér permet de conclure. \square

Exemple Soit $a > 0$ un nombre irrationnel. Alors la suite $(na)_{n \geq 1}$ est u.d. mod 1. En effet, fixons $k \neq 0$. On a

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{2k\pi i na} &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (e^{2k\pi i a})^n \\ &= e^{2k\pi i a} \frac{1 - e^{2k\pi i Na}}{N(1 - e^{2k\pi i a})} \rightarrow_{N \rightarrow \infty} 0. \end{aligned}$$

Par suite, si $r > 0$ est un nombre réel, la suite géométrique $(r^n)_{n \geq 1}$ satisfait la loi de Benford si (et seulement si) $\log(r)$ est irrationnel puisque $\log(r^n) = n \log(r)$ pour tout n .

Remarque Cet exemple permet de comprendre pourquoi un grand nombre d'ensembles de valeurs numériques satisfont (approximativement) la loi de Benford : si l'on classe un tel ensemble de valeurs par ordre croissant et si la suite ainsi obtenue est approximativement une suite géométrique de raison $r > 0$ telle que $\log(r)$ est irrationnel, alors la suite satisfait approximativement la loi de Benford.

3 Exemples et applications

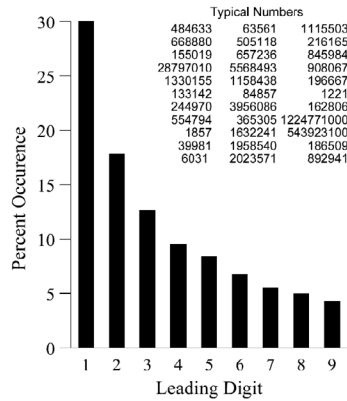
Donnons tout d'abord quelques exemples d'ensembles de valeurs qui ne satisfont *pas* la loi de Benford :

1. L'ensemble des numéros de téléphone d'une région donnée ; des ensembles de numéros de cartes de crédit, ou des ensembles de codes de sécurité ou de contrôle (code ISBN), numéros AVS.
2. Les ensembles qui suivent une loi normale : les valeurs sont plus ou moins concentrées autour de la moyenne. Par exemple, l'ensemble des tailles des adultes d'une région donnée (quelle que soit l'unité choisie !).

3. Tout ensemble de nombres (pseudo-)aléatoires : un tel ensemble satisfait une répartition uniforme.

Les ensembles suivants en revanche satisfont au moins approximativement la loi de Benford.

1. De nombreuses études montrent que les comptabilités des grandes entreprises et leurs revenus imposables suivent la loi de Benford ; cela a permis à M. Nigrini de proposer des tests qui utilisent la loi de Benford comme indice de fraude.



D'après S. W. Smith, 2007

2. Les populations des villes américaines : lors du recensement de juillet 2009 par exemple, 19'509 villes ont été recensées, de *Abbeville (Alabama)* à *Yoder (Wyoming)*, et on constate que la loi de Benford est relativement bien satisfaite :

| Chiffre | Fréquence observée | Fréquence théorique |
|---------|--------------------|---------------------|
| 1 | 0.294 | 0.301 |
| 2 | 0.181 | 0.176 |
| 3 | 0.120 | 0.125 |
| 4 | 0.094 | 0.097 |
| 5 | 0.079 | 0.079 |
| 6 | 0.070 | 0.067 |
| 7 | 0.060 | 0.058 |
| 8 | 0.053 | 0.051 |
| 9 | 0.046 | 0.046 |

3. (P. Diaconis [5]) La suite $(n!)$ satisfait la loi de Benford mais pas la suite des nombres premiers $p_1 = 2, p_2 = 3, \dots$
4. (P. Jolissaint [7], [8]) Soit $r > 0$ un nombre réel tel que $\log(r)$ soit irrationnel, et soit $P(n)$ un polynôme de degré positif, à coefficients entiers et tel que $P(n) \rightarrow +\infty$ lorsque $n \rightarrow +\infty$. Alors la sous-suite $(r^{P(n)})_{n \geq 1}$ satisfait encore la loi de Benford. Ainsi, par exemple les suites (2^{n^2}) ou (2^{n^3-n}) satisfont la loi de Benford.
5. Plus généralement, c'est le cas de très nombreuses suites qui satisfont une relation de récurrence linéaire telle que la suite de Fibonacci (F_n) par exemple ainsi que chaque sous-suite $(F_{P(n)})$ où P désigne un polynôme comme ci-dessus.
6. (H. Deligny et P. Jolissaint [4]) Soit ℓ un entier positif tel que $\log(\ell) \notin \mathbb{Q}$; alors la sous-suite (p_{ℓ^n}) de la suite des nombres premiers satisfait la loi de Benford.
7. (Berger et Hill [2]) Soit I un intervalle compact, soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction analytique et soit $x^* \in I$ un zéro de f . Soit $(x_n)_{n \geq 0}$ une suite obtenue par la formule de Newton :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Alors pour presque toute valeur initiale x_0 proche de x^* , les suites $(|x_n - x^*|)$ et $(|x_{n+1} - x_n|)$ satisfont la loi de Benford.

8. Le nombre d'articles publiés par année sur la loi de Benford depuis 1938 (*sic*).

Mentionnons pour terminer trois applications plus ou moins récentes.

- (1) Détection de fraudes (erreurs ou falsifications de données) dans les comptabilités et les audits : Mark Nigrini a amassé dès le début des années 1990 un grand nombre de preuves empiriques qui justifient l'usage de la loi de Benford comme indicateur de fraude. Si la fraude est délibérée, les données suivent rarement la loi de Benford.
- (2) Traitement d'images (Pérez-González et al.) : l'application à la transformée en cosinus discrète d'images aide à déterminer si elles contiennent des messages cachés (stéganographie). La méthode n'est pas plus fiable que d'autres, mais plus simple.
- (3) En référence avec l'exemple 2 ci-dessus, si un modèle mathématique est conçu pour décrire l'évolution de populations ou d'un ensemble de données qui satisfont la loi de Benford, une condition de pertinence du modèle est qu'il devra lui aussi satisfaire cette loi.

Références

- [1] F. Benford. The law of anomalous numbers. *Proc. Amer. Philosophical Soc.*, 78 :551–572, 1938.
- [2] A. Berger and T. P. Hill. *An Introduction to Benford's Law*. Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2015.
- [3] J.-P. Delahaye. L'étonnante loi de Benford. *Pour La Science*, 351 :90–95, 2007.
- [4] H. Deligny and P. Jolissaint. Relations de récurrence linéaires, primitivité et loi de Benford. *Elem. Math.*, 68 :9–21, 2013.
- [5] P. Diaconis. The distribution of leading digits and uniform distribution mod 1. *Ann. Prob.*, 5 :72–81, 1977.
- [6] T. Hill. Le premier chiffre significatif fait sa loi. *La Recherche*, 316 :72–75, 1999.
- [7] P. Jolissaint. Loi de Benford, relations de récurrence et suites équidistribuées. *Elem. Math.*, 60 :10–18, 2005.
- [8] P. Jolissaint. Loi de Benford, relations de récurrence et suites équidistribuées II. *Elem. Math.*, 64 :21–36, 2009.
- [9] S. Newcomb. Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers. *Amer. J. Math.*, 4 :39–40, 1881.
- [10] H. Weyl. Ueber die Gleichverteilung von Zahlen mod 1. *Math. Ann.*, 77 :313–352, 1916.

Henrietta Swan Leavitt : Une astrophysicienne méconnue

Dr. François Gaille, Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion du Canton de Vaud (HES-SO), francois.gaille@gmail.com

Henrietta Swan Leavitt (figure 1) est née le 4 juillet 1868 à Lancaster (Massachusetts, USA) et est décédée le 12 décembre 1921 à l'âge de 53 ans à Cambridge (Massachusetts, USA). Première astronome professionnelle femme américaine, Madame Leavitt a consacré sa vie à des recherches concernant les étoiles variables et les céphéides. Bien qu'elle soit à l'origine de la relation importante période-luminosité des étoiles variables, Madame Leavitt est relativement peu citée dans le domaine de l'astrophysique et méconnue du grand public.



Figure 1 : Henrietta Swan Leavitt vers 1910.

Henrietta Leavitt obtient en 1892 un certificat prouvant qu'elle a accompli des études équivalentes à un Bachelor, en effet à cette époque aux USA un Bachelor ne peut être délivré qu'aux étudiants masculins ! Lors de ses études, Henrietta suit des cours de mathématiques et de physique. C'est lors de sa dernière année d'étude qu'elle s'intéresse à l'astronomie en suivant un cours donné par des astronomes-chercheurs de l'Observatoire du Collège de Harvard. Cet Observatoire (*HCO, Harvard College Observatory*) dirigé par le Professeur Edward Charles Pickering (1846-1919) est très actif et reconnu pour ses photographies des étoiles ainsi que pour leur classification systématique. Après sa certification, Henrietta travaille comme assistante bénévole à l'Observatoire de 1892 à 1894, tout en continuant à suivre des cours d'astronomie. C'est à cette époque qu'elle s'intéresse pour la première fois aux étoiles variables (étoiles dont la luminosité varie au cours du temps) et qu'elle rédige un article à ce sujet. Après une période de voyage et d'enseignement dans un collège, Henrietta réintègre l'Observatoire HCO afin de poursuivre ses recherches interrompues plusieurs années auparavant. A l'époque aucun ordinateur n'existe évidemment et sa fonction (d'ailleurs exécutée par de nombreuses autres collègues féminines) consiste « à calculer ou à traiter » (*computing-assistant* en anglais) des données astronomiques stellaires. Sept heures par jour et six jours par semaine pour un salaire horaire de 25 cents, ce travail minutieux est totalement exécuté par des collaboratrices féminines. De santé relativement fragile, suite à une maladie mal soignée Henrietta devient sourde tout comme sa collègue de travail Annie Jump Cannon (1863-1941) astronome elle aussi à l'Observatoire. Ses recherches portent principalement sur l'étude des étoiles variables se trouvant dans les deux Nuages de Magellan (le Petit et le Grand), ces deux nuages étant des galaxies naines satellites de notre galaxie *La Voie Lactée*. Sa première publication date de 1907, suivie de

trois autres en 1908. C'est en 1912 que sont publiés ses résultats portant sur sa célèbre relation entre période et luminosité des étoiles variables. Les données astronomiques sont récoltées sur des plaques photographiques en négatif. Pour l'hémisphère Nord, ces photographies sont prises à l'Observatoire HCO de Cambridge avec la grande lunette de 15 pouces (0.38 m) de diamètre (figure 2). Pour l'hémisphère Austral, Harvard possède une station au Sud du Pérou équipée d'une lunette astronomique de 24 pouces (0.61 m) de diamètre (figure 3).

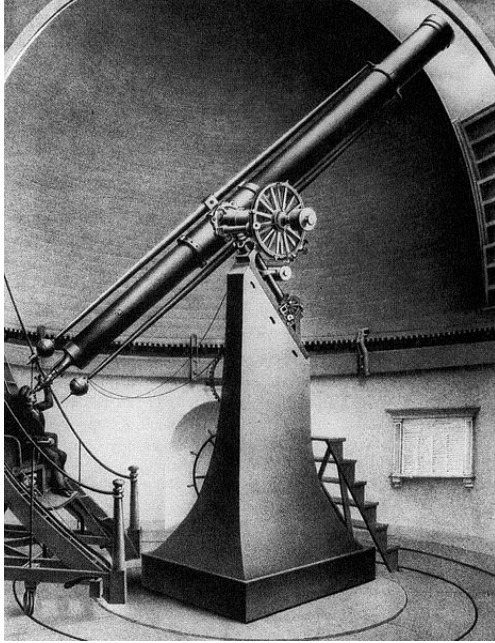


Figure 2 : Grande lunette de 15 pouces de diamètre installée en 1847 à l'Observatoire HCO.



Figure 3 : Lunette de 24 pouces de diamètre installée en 1893 à Arequipa au Sud du Pérou.

Henrietta s'est intéressée plus spécialement à l'étude des Céphéides, étoiles variables pulsantes dont la luminosité L varie régulièrement de façon périodique dans le temps. Une Céphéide est caractérisée par une période de pulsation P dont la valeur s'étend de 1 à 140 jours environ, dont l'exemple type est l'étoile Delta Cephei située dans la constellation de Céphée. En 1912, Henrietta publie une étude portant sur 25 Céphéides dont elle a mesuré pour chacune la magnitude apparente m ainsi que la période P de variation de luminosité.

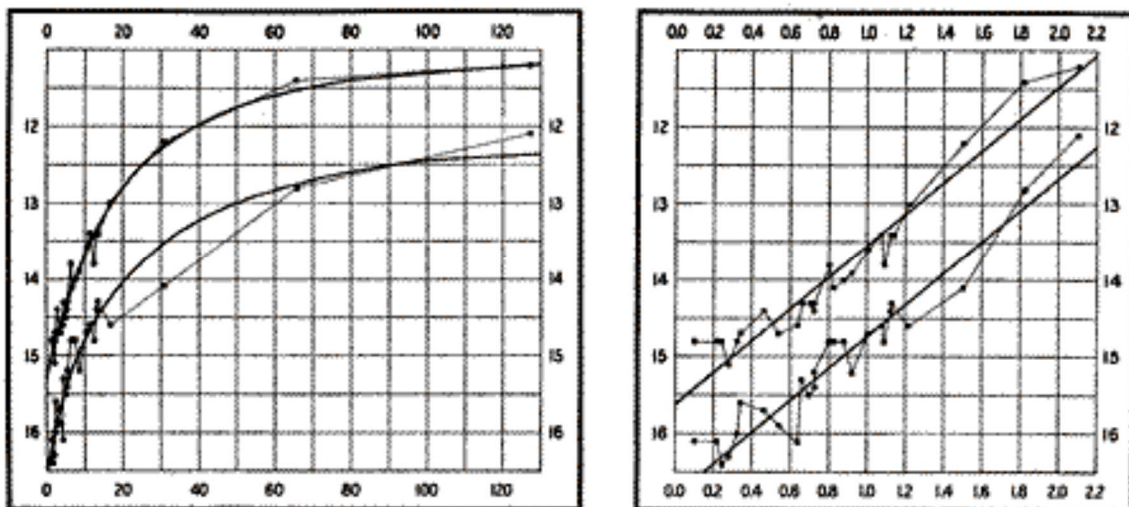


Figure 4 : Graphiques originaux de H. Leavitt montrant la relation Période-magnitude apparente m de 25 Céphéides.

Son idée originale consiste à tracer un graphique en reportant en ordonnée la magnitude apparente m de l'étoile en fonction de sa période P reportée en abscisse (figure 4). Le graphique de gauche de la figure 4 montre pour les différentes étoiles la valeur de leur magnitude apparente m en fonction de leur période P exprimée en jours ; à droite, la même représentation de la magnitude apparente m mais en fonction du $\log(P)$ de la période de l'étoile. Une relation évidente de proportionnalité (les 2 droites tracées en gras) est observée entre m et $\log(P)$. Comme l'indique explicitement la publication originale de 1912, les auteurs Leavitt et Pickering ont pris conscience de la linéarité entre m et $\log(P)$: « *A remarkable relation between the brightness of these variables and the length of their periods will be noticed* ».

La portée de cette linéarité entre m et $\log(P)$ est immense car elle va permettre indirectement de déterminer la distance d à laquelle se trouve une étoile variable observée ; en d'autres termes, la mesure de P représente un marker ou une borne kilométrique de l'espace. La détermination de d se fait par les mesures de la magnitude apparente m et de la période P . La magnitude absolue M d'une étoile variable est reliée à P par la relation :

$$M = -2.43 \log(P) - 1.61$$

Puis la distance d de l'étoile est calculée par la relation :

$$d = 10^{\left(\frac{m-M}{5} + 1\right)} \quad [\text{parsec=pc}]$$

A titre d'exemple, considérons la Céphéide Delta Cephei. Sa période $P=5.3664$ jours conduit à $M=-3.38$; en mesurant par observation une magnitude apparente $m=4.07$, la distance calculée est $d=309$ pc, soit environ 1'000 années-lumière (1 parsec=1 pc=3.086 10¹⁶ m=3.262 années-lumière).

En 1921, Henrietta Leavitt est enfin nommée responsable du groupe de photométrie stellaire à l'Observatoire HCO. Malheureusement c'est à cette époque qu'elle tombe gravement malade, atteinte d'un cancer. Son état se détériore au cours de l'année et par une triste soirée d'hiver, froide et pluvieuse, Henrietta quitte ce bas-monde le 12 décembre 1921 à 22h30. Elle n'a pas encore atteint 54 ans. Les funérailles ont lieu le 14 décembre dans l'après-midi à la Chapelle de l'Eglise de Cambridge et Henrietta est enterrée au cimetière de Cambridge (Mont Auburn, USA) dans le tombeau de la famille Leavitt. Le monument funéraire, de forme hexagonale, est orné d'un globe à son sommet. Membre de plusieurs associations de son vivant, Henrietta Leavitt a été honorée à titre posthume en nommant « *Leavitt* » l'astéroïde 5383, ainsi qu'un des cratères de la Lune.

Cet article est un extrait du chapitre 16 de l'ouvrage rédigé par Dr. François Gaille :

Brève histoire de l'astronomie à travers vingt géants

François C. Gaille

ISBN 978-2-8399-1821-3

Cet ouvrage, destiné à toute personne intéressée par l'astronomie et plus généralement par l'histoire des Sciences, présente dans une nouvelle perspective une brève histoire de l'astronomie s'étendant de la période présocratique du VI^{ème} siècle avant Jésus-Christ jusqu'à l'aube du XXI^{ème} siècle. Cette histoire est racontée à travers vingt personnages scientifiques célèbres, le premier étant le penseur-philosophe-mathématicien grec Pythagore (580 à 500 avant Jésus-Christ) pour se terminer avec le cosmologiste théoricien anglais Stephen Hawking né en 1942. Chacun des vingt chapitres peut être lu de façon indépendante et pourrait constituer un thème pour une discussion ou une réflexion plus approfondie reliée à l'astronomie, la physique ou l'histoire des Sciences.

L'ouvrage publié à HBN-Editions peut être commandé sur le site :

www.hbn-editions.ch

Compte-rendu du congrès belge des professeurs de sciences

(Louvain-La-Neuve, 24 - 25 août 2017)

Didier Roulet, CRP, rouletd@infomaniak.ch

La CRP était comme d'habitude invitée à participer au congrès annuel des professeurs de science (à savoir, en Belgique, les professeurs de biologie, chimie, physique et géographie), et c'est le soussigné qui a eu la chance de pouvoir s'y rendre.

Ce congrès se tenait cette année à Louvain-La-Neuve, ville située à moins de 30 km de Bruxelles, créée il y a moins de 50 ans de toutes pièces suite aux querelles linguistiques de la fin des années 1960. Elle est entièrement piétonne (vélos tolérés), et les bâtiments universitaires ne sont pas regroupés en campus, mais disséminés parmi les immeubles d'habitation. Les normes architecturales limitent la hauteur des constructions à 4 étages, et ils sont tous faits de briques : très intéressante visite, à ne pas manquer si l'on se trouve dans la région.

Le congrès était organisé en conférences plénières d'une part et en ateliers ou conférences particulières d'autre part. J'ai eu l'occasion d'assister à plusieurs présentations passionnantes :

- la conception de prothèses en dialoguant avec les patients pour répondre au mieux à leurs besoins,
- la difficile émergence des concepts de tension, courant et résistance,
- la réédition de la mesure de la vitesse de la lumière par Fizeau (1849),
- la construction d'un pendule de Foucault dans une école.

S'ajoutent à cela les nombreuses et toujours enrichissantes discussions lors des pauses et des repas avec les collègues belges ou étrangers, car outre la Suisse, des représentant-e-s de France, d'Allemagne, d'Italie et d'Espagne étaient également présent-e-s.

Un grand merci donc aux organisateur-trice-s du congrès pour la qualité de leurs choix de conférencières et conférenciers, et pour leur invitation à participer à leur manifestation.

Ja – Oui – Sì

Ich möchte Mitglied des Vereins Schweizerischer Mathematikund Physiklehrkräfte (VSMP) sowie des Vereins Schweizerischer Gymnasiallehrerinnen und Gymnasiallehrer (VSG) werden.

J'aimerais devenir membre de la Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique (SSPMP) et de la Société Suisse des Professeurs de l'Enseignement Secondaire (SSPES).

Desidero diventare membro della Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica (SSIMF) e della Società Svizzera degli Insegnanti delle Scuole Secondarie (SSISS).

Beitrag/Montant/Quota: Fr. 120 (VSG-SSPES-SSISS) + Fr. 40 (SSIMF-SSPMP-VSMP)

Frau/Mme/Sig.ra Herr/M./Sig. Prof. Dr.

Name/Nom/Cognome:

Vorname/Prénom/Nome:

Adresse/Indirizzo:

PLZ Ort/NP Ville/CAP Luogo:

(Land/Pays/Paese):

E-Mail:

Tel.:

Geburtsdatum/Date de Naissance/
Data di nascita:

Sprache/Langue/Lingua: D F I

Schule/École/Scuola:

Kanton/Canton/Cantone:

Kategorie/Catégorie/Categoria: aktiv/actif/attivo passiv/passif/passivo

StudentIn/Étudiant(e)/Studente/ssa.

Mitglied der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft/Membre de la Société Suisse de Physique/Membro della Società Svizzera di Fisica

Einsenden an/envoyer à/inviare a:

VSG – SSPES – SSISS, Sekretariat, z. H. Doris Lazzeri, 3000 Bern

www.vsg-sspes.ch

Impressum

Herausgeber — *Éditeur*
VSMP – SSPMP – SSIMF

Korrespondenz — *Correspondance*

Franz Meier franz.e.meier@bluewin.ch
Alpenquai 44 Tel. 079 79 89 770
6005 Luzern

Layout — *Mise en page*

Samuel Byland samuel.byland@vsmp.ch
Weinbergstrasse 48b Tel. 079 728 63 97
5000 Aarau

Inserateverwaltung — *Publicité*

Stefan Walser stefan.walser@alumni.ethz.ch
Weinbergstrasse 3 Tel. 032 512 0 128
8807 Freienbach

Bestimmungen für Inserate und Beilagen

— *Tarifs pour les annonces et les annexes*

Inserate:

ganzseitig Fr. 500.–
halbseitig Fr. 300.–

Beilagen:

bis 20 g Fr. 500.–
über 20 g nach Vereinbarung

Adressänderungen — *Changement d'adresse*

VSMP Mitglieder — Membres de la SSPMP:
VSG – SSPES – SSISS
Sekretariat (Frau Doris Lazzeri)
3000 Bern
Tel. 056 443 14 54 / Fax. 056 443 06 04
information@vsg-ssp.es.ch

übrige Abonnenten — autres abonnés:

Franz Meier franz.e.meier@bluewin.ch
Alpenquai 44 Tel. 079 79 89 770
6005 Luzern

Auflage — *Tirage*

900 Exemplare
erscheint dreimal jährlich

Präsident VSMP — SSPMP — SSIMF

Arno Gropengiesser groppi@bluewin.ch
Via Domenico Galli 44
6600 Locarno-Solduno Tel. 091 751 14 47

Deutschscheizerische Mathematikkommission

Daniela Grawehr grawehr@kfanet.ch
Schützenstrasse 36 Tel. 041 810 49 88
6430 Schwyz

Deutschscheizerische Physikkommission

Christian Stulz christian.stulz@gymburgdorf.ch
Strandweg 17 Tel. 034 423 46 43
3400 Burgdorf

Commission Romande de Mathématique

Tatiana Mantuano tatiana.mantuano@gfbiene.ch
rue Louis-de-Meuron 4 Tél. 032 544 47 53
2074 Marin-Epagnier

Commission Romande de Physique

Stéphane Davet davet.stephane@lyca.eduvs.ch
Av. Plantaud 28B Tél. 024 471 21 83
1870 Monthey

Commissione di Matematica della Svizzera Italiana

Luca Rovelli lucarovelli@ticino.com
Via Pedmunt 10 Tel. 091 825 76 69
6513 Monte Carasso

Redaktionsschluss (Erscheinungsdatum)

— *Délais de rédaction (de parution)*

Nr. 136 30.11.2017 (Ende Januar)
Nr. 137 31.03.2018 (Ende Mai)
Nr. 138 31.07.2018 (Ende September)

Druck und Versand — *Imprimerie*

Niedermann Druck AG
Letzistrasse 37
9015 St. Gallen
www.niedermanndruck.ch

Internet-Adressen — *Adresses Internet*

www.vsmf.ch — www.sspmp.ch — www.ssimf.ch