

## Géométries d'hier et d'aujourd'hui : inégalités isopérimétriques et géométrie projective

Colloque annuel de la CRM organisé à Champéry du 14 au 17 septembre 2021

La CRM a organisé un cours pour les enseignants du secondaire II qui a réuni 6 conférenciers et 48 participants à l'Hôtel Suisse à Champéry. Ce cours était initialement prévu en 2020 mais, en raison de la pandémie, il a été reporté en 2021. Les participants ont pu découvrir la nouvelle salle de conférence de l'hôtel. Elle permet d'accueillir l'ensemble des participants dans un cadre agréable avec vue sur le massif des Dents du Midi. Elle est équipée de moyens techniques modernes, tels qu'un écran interactif et un beamer avec liaison sans fil. Ceux-ci ont demandé une certaine dose d'adaptation de la part des conférenciers. Les remarques reçues des participants sur ces moyens permettront de mener une réflexion sur le plan technique pour une utilisation future de la salle.

Le cycle de 10 conférences a débuté par l'introduction de la notion d'inégalité isopérimétrique par Peter Buser. Après avoir posé le problème en dimension deux, qui consiste à déterminer parmi tous les domaines de  $\mathbb{R}^2$  de périmètre  $L$  donné celui qui a une aire  $A$  maximale, il nous a présenté des résultats sur les triangles, les quadrilatères et les  $n$ -gones. Finalement, il a démontré que  $L^2 - 4\pi A \geq 0$  et que le cercle est la seule courbe pour laquelle l'égalité est vérifiée.

Alain Valette a développé, dans la première partie de son exposé, le problème de la complexité des algorithmes ( $P$  versus  $NP$ ). Il a poursuivi en décrivant un problème d'isopérimétrie dans les graphes, qui consiste à comparer le nombre d'arêtes liées à une coupure du graphe au nombre de sommets dans les deux parties du graphe constituant cette coupure (problème « sparsest cut »).

Félix Schlenk a proposé deux conférences sur le calcul des variations au travers d'exemples « simples ». Il a exposé des résultats en lien avec les géodésiques dans le plan hyperbolique, avec la brachistochrone ou avec le problème qui consiste à déterminer la surface de révolution d'aire minimale entre deux cercles parallèles.

Klaus Volkert et Jean-Daniel Voelke nous ont conjointement permis de parcourir quelques étapes de l'histoire de la géométrie projective. Après quelques mots sur la naissance de la perspective, ils nous ont fait découvrir le développement de la géométrie projective synthétique en France, de Desargues à Poncelet, puis les problèmes de dualité en géométrie projective ainsi que de l'inversion par rapport à un cercle.

Bruno Colbois a terminé la semaine en questionnant la stabilité de l'inégalité isopérimétrique : est-ce qu'une courbe de longueur  $L$  déterminant une aire proche de  $L^2/(4\pi)$  est presque un cercle ? Dans un deuxième exposé, il nous a présenté quelques éléments sur les multi-bulles. Pour ce faire, il a quelque peu repris la démarche de Peter Buser en proposant des résultats sur les doubles-bulles triangulaires et quadrilatères.

Au terme de ce cours, les participants se sont déclarés satisfaits du niveau scientifique des conférenciers, de l'organisation générale du cours et de l'accueil reçu à l'hôtel.

Damien Dobler  
Membre de la CRM