

# Aspetti filosofici della concezione propensionale del calcolo delle probabilità

di Ilario Lodi

## 1. Principali significati della probabilità

Utilizzare il termine *probabilità* significa nella maggior parte dei casi ribadire un concetto il cui contenuto è ben lungi dall'essere definitivamente chiarito. Ben sappiamo infatti quanto tale espressione si sciolga nel linguaggio comune, risolvendosi in una gamma di espressioni e di connotazioni assai poco precise, anche se di uso frequentissimo.

Torna quindi logico supporre che la parola *probabilità* non rivesta uno solo o pochi significati: essa in effetti assume molte valenze, generalmente assai diverse l'una dalle altre.

Considerando il fatto che ancora oggi molti studiosi si ritrovano in disaccordo sulla definizione di tale concetto, nelle pagine seguenti faremo uso di semplicissime formule allo scopo di creare una elementare base comune di lavoro sulla quale operare.

### 1.1.

Le interpretazioni del calcolo delle probabilità fanno generalmente riferimento a due sole formule:

$$p(a,b) = r$$

dove  $a$  rappresenta l'*evento* sottoposto a test probabilistico,  $b$  riassume le *condizioni iniziali* dell'esperimento (condizioni che possiamo anche definire *di intorno*), ed  $r$  esprime il *valore numerico della probabilità relativa* di  $a$ ,

dato  $b$ . Aggiungiamo inoltre che la probabilità relativa di  $a$  dato  $b$  è pure definita come *probabilità condizionale di  $a$  sotto la condizione  $b$* <sup>1</sup>; e

$$p(a) = r$$

dove la probabilità dell'evento  $a$  è espressa dal valore  $r$  in maniera *assoluta*, cioè senza dover ricorrere a delle "precise" condizioni iniziali  $b$ . Tale probabilità è stata pure definita come *probabilità iniziale o a priori di  $a$* .

## 1.2.

Come ben sappiamo gli studi sul calcolo delle probabilità vengono tradizionalmente suddivisi in tre grandi settori; le concezioni *frequentista*, *logicista* e *sogettivista*.

E' possibile affermare che la differenza intercorrente tra le varie concezioni della probabilità assume un carattere squisitamente filosofico, nel senso che non è strettamente necessario conoscere la natura intima delle probabilità allo scopo di poterle utilizzare a fini scientifici.

Ciò nonostante ciascuno dei tre indirizzi si è impegnato nel problema filosofico di sintetizzare una concezione generale di probabilità: la via seguita è però stata in ogni caso diversa, ed è in virtù di tale differenza che si è generato e svolto il dibattito attorno a questo soggetto.

In tal senso gli indirizzi *frequentista* e *logicista*<sup>2</sup> hanno riconosciuto - seppur in modo profondamente diverso<sup>3</sup> - una natura *oggettiva* delle probabilità, realmente esistente sotto forma di *relazione o disposizione*, a prescindere da ogni soggetto conoscente.

L'indirizzo *sogettivista* ha invece tentato di argomentare la tesi che la natura delle probabilità è prettamente *singolare*, nel senso che essa denota *proprietà e rapporti* dipendenti esclusivamente dal soggetto, nel momento in cui egli tenta di determinarne dei valori.

<sup>1</sup> Riammentiamo che il *valore numerico* di una probabilità è generalmente rappresentato da una frazione compresa tra 0 e 1 (estremi inclusi).

<sup>2</sup> Consideriamo qui l'indirizzo classico come caso particolare del frequentismo.

<sup>3</sup> La determinazione della concezione logicista come teoria *oggettiva* delle probabilità è comunque discutibile. Non è però questo il luogo adatto per intraprendere una seria discussione su di un argomento tanto delicato; per tale motivo, quando nel par. 3 parleremo delle condizioni  $b$  di  $p(a,b)$  - richiamandoci alla concezione oggettivista delle probabilità - ci riferiremo *unicamente* alla concezione *frequentista* del calcolo delle probabilità.

## 2. La teoria propensionale delle probabilità

La teoria propensionale delle probabilità appartiene al dominio delle teorie oggettiviste.

Il suo teorizzatore, Karl R. Popper<sup>4</sup>, la ritiene un *superamento* della concezione frequentista, capace di risolvere questioni che a suo modo di vedere l'approccio statistico lasciava aperte.

Tenteremo ora di richiamarne i tratti essenziali, e lo faremo mettendola in relazione proprio con quell'interpretazione frequentista confutata in sede critica.

L'interpretazione propensionale è in stretta relazione con la concezione classica del calcolo, la quale determina la probabilità di un evento mettendo in relazione i casi favorevoli all'evento stesso, con i casi possibili (per la precisione: casi favorevoli all'evento *diviso* il numero di casi possibili); in questo senso la probabilità *misura* le possibilità effettive di *accadimento* di un evento.

Ora, il concetto di *misura delle possibilità* è strettamente collegabile con l'interpretazione propensionale; in questo senso la propensione diviene una misura delle possibilità non astrattamente concepibili, ma *oggettivamente, fisicamente* esistenti: si tratta quindi di specifiche tendenze fisiche reali (reali quanto lo sono ad esempio la forza gravitazionale e la forza elettromagnetica) inclini alla realizzazione di un preciso *stato di cose*. Detto altrimenti, simili possibilità tendono a realizzarsi *quanto è loro possibile realizzarle* in una frequenza relativa, rilevabile in una serie di test.

Di conseguenza, tali frequenze relative possono essere considerate come le *manifestazioni esteriori di dette propensioni*, di *disposizioni fisiche* costituenti un esperimento e non *osservabili* se non attraverso i loro effetti. Questa è, detto molto succinatamente, l'interpretazione propensionale.

Si diceva in precedenza che tale interpretazione è nata allo scopo di evadere questioni "lasciate in sospenso" dalla teoria frequentista; in effetti quest'ultima non si cura di indagare le condizioni di *intorno* di un

<sup>4</sup> POPPER, K.R., *The Propensity Interpretation of Probability*, in "British Journal for the Philosophy of Science", 1959, 10.

esperimento, ma si preoccupa solamente di riconoscere nell'elemento  $b$  di  $p(a, b)$  la serie di test effettuati.

Questa prassi conduce però all'attribuzione di un valore di probabilità unicamente ad elementi che *appartengono ad una serie reale di test*, cioè alla *frequenza* di un elemento in una sequenza di esperimenti.

Rimane dunque aperto il capitolo - il gravoso capitolo - degli *asserti di probabilità singolari*, vale a dire di tutti quegli elementi (come ad esempio gli eventi storici) che a causa della loro *unicità* non possono andare a comporre una serie di esperimenti.

Dal punto di vista frequentista, la spiegazione - in termini probabilistici - di simili eventi può essere effettuata solo *grammaticalmente o formalmente*.

Infatti:

$${}_a P_k(B) = {}_a F(B) \quad (k \text{ appartenente ad } \alpha)$$

il che non significa altro che: dato un elemento  $k$  appartenente alla sequenza  $\alpha$ , la probabilità formalmente (o grammaticalmente) singolare che tale elemento possieda la proprietà  $\beta$  è identica alla probabilità della proprietà  $\beta$  nella serie  $\alpha$  esaminata<sup>5</sup>. Detto altrimenti, un singolo elemento  $k$  gode della proprietà  $\beta$  nella misura in cui tale proprietà è rintracciabile sotto forma di frequenza relativa, in una sequenza  $\alpha$ .

Contrariamente a ciò la concezione propensionale è in grado di determinare il valore di probabilità di un singolo evento nella misura in cui:  $P^\circ$  tale elemento  $a$  viene considerato *rappresentativo* di una sequenza, che però non è realmente ancora esistente, bensì *virtuale* (o *virtualmente concepibile*):  $\Pi^\circ$  tale sequenza non è più definita dalla serie di test, ma dalle condizioni di intorno dell'esperimento che la garantiscono:  $\text{III}^\circ$ : la sequenza *virtuale* - e quindi la probabilità numerica di un singolo evento - è concepibile sulla base dell'*esistenza* di una propensità nascosta.

A questo punto la probabilità di un evento  $a$  non risiede più nella sua frequenza in una serie di test, ma diviene una *congettura* effettuabile sulla scorta della conoscenza degli elementi  $b$  di  $p(a, b)$  rappresentanti le propensioni "contenute" nelle condizioni di intorno di un esperimento.

<sup>5</sup> L'esempio è tratto da POPPER, K. R., *Logica della scoperta scientifica*, Einaudi, Torino 1970, p. 225 e segg.

Tale congettura può essere sottoposta a controllo: per fare ciò è necessario produrre un segmento reale della sequenza virtuale sufficientemente lungo ed effettuare un controllo statistico significativo.

Riassumendo quanto abbiamo fino ad ora scritto possiamo dire che ciò che differenzia l'interpretazione frequentista dall'interpretazione propensionale risiede nello status degli asserti di probabilità singolari. Se da una parte essi assumono un ruolo tutto sommato marginale nel senso che sono da considerarsi asserti formalmente o grammaticalmente singolari, dall'altra essi rivestono una funzione centrale. Tali asserti sono considerati dalla teoria propensionale come l'espressione *tangibile* di una sequenza virtuale generata da propensità nascoste, responsabili del loro accadimento. Nei loro confronti è possibile formulare delle congetture relative a valori numerici di probabilità, controllabili mediante la creazione di un segmento reale della sequenza virtualmente concepibile, sufficientemente lungo, sottoposto a controllo statistico.

Da questo punto di vista il risultato di un "esperimento propensionale" rappresenta la descrizione di un determinato allestimento sperimentale.

### 3. Il ruolo di $b$ in $p(a, b)$

Nel primo paragrafo abbiamo anticipato che la differenza fondamentale che intercorre tra le concezioni oggettiviste da una parte e quella soggettivista dall'altra risiede nel fatto che le prime riconoscono alla probabilità uno statuto *oggettivo*, *realmente esistente*, mentre la seconda, negando tale oggettività, si rifà ad un *grado di credenza* o ad una *speranza* che ogni individuo possiede circa il verificarsi di un certo evento. La concezione oggettivista riconosce nell'elemento  $b$  delle precise condizioni ripetibili di una situazione ripetibile<sup>6</sup>.

Tutto ciò ha come immediata conseguenza il fatto che i risultati provenienti da esperimenti precedenti *non vengono di volta in volta conglobati* nelle condizioni  $b$ ; detto altrimenti: l'informazione ottenuta sotto forma di risultato di un test probabilistico, effettuato secondo le coordinate oggettiviste, non va in nessun modo ad influenzare i risultati dei test successivi.

<sup>6</sup> Cfr. nota 3.

In questo senso l'esperimento non ha memoria, ed è composto, come abbiamo anticipato sopra, da una serie di test statisticamente *indipendenti*.

Contrariamente a ciò l'impostazione soggettivista si rivela fondamentalmente *diffrente*.

Infatti lo statuto dell'elemento  $b$  è tale da obbligare il probabilista soggettivo a far capo a tutta la sua conoscenza rilevante e passata. In questo senso diverrà fondamentale la conoscenza dei risultati dei test probabilistici precedenti, in quanto solamente sulla base di essi sarà possibile *costruire* delle opportune condizioni di intorno  $b$  e di conseguenza stimare futuri valori di probabilità  $p(a,b) = r$ .

Facendo un esempio, possiamo dire che se la conoscenza passata (che rappresenta determinate condizioni di intorno, cioè l'elemento  $b$ ) suggerisce che l'evento  $a$  si è presentato molte volte, si avrà un valore di probabilità  $p(a,b) = r$  maggiore di quanto non si avrebbe se  $b$  rappresentasse delle condizioni di intorno che dicono che  $a$  si è raramente presentato. In questo senso l'esperimento soggettivista ha memoria; *deve* avere memoria per il semplice fatto che la costituzione del suo  $b$  dipende in larga misura dai risultati dei test passati.

Abbiamo in precedenza osservato che, nel caso in cui si desidera formulare dei valori di probabilità di un singolo evento, lo si può fare facendo riferimento alla teoria propensionale delle probabilità: tenteremo ora di suggerire che, a nostro parere, l'oggettivismo rivendicato dalla teoria propensionale - nell'atto della formulazione di una *congettura* di un nuovo valore di probabilità in relazione ad un singolo evento - potrebbe in fondo nascondere una sorta di soggettivismo; tutto questo in quanto le condizioni  $b$  di  $p(a,b) = r$  utilizzate dalla teoria propensionale sono di natura un po' particolare.

Ripensando a tali condizioni è lecito chiedersi quanto segue: sulla base di quali elementi *oggettivi*, in sede di *congettura*, la teoria propensionale formuli dei valori di probabilità in relazione ad un singolo evento. Detto altrimenti, quali sarebbero i parametri oggettivi che, sempre restando in ambito congetturale, il propensionista utilizza allo scopo di effettuare delle stime probabilistiche ?

La risposta potrebbe essere questa: il propensionista formula delle congetture oggettive sulla scorta degli elementi  $b$  a sua disposizione, sulla base cioè delle condizioni iniziali che, in quel preciso momento, vengono considerate rilevanti.

Il dubbio però si annida proprio qui: qual è la garanzia che il propensionista presenta allo scopo di assicurare oggettività agli elementi  $b$  da lui proposti ?

In effetti, a noi sembrerebbe che lo statuto delle condizioni di intorno proposte dalla teoria propensionale gode, in un certo senso, di una *particolare soggettività*<sup>7</sup>, in quanto le condizioni rilevanti utilizzate allo scopo di proporre una congettura relativa alla probabilità di un singolo evento potrebbero essere ritenute tali anche solo dall'operatore che formula tale congettura di probabilità, il che altro non significa se non che la congettura probabilistica trae origine dalla scelta (quindi da un atto soggettivo) singolarmente operata di un certo numero di condizioni che in un preciso istante vengono ritenute iniziali, determinanti quindi l'elemento  $b$  di  $p(a,b) = r$ .

Procedendo in questo modo il propensionista opererebbe direttamente la selezione delle condizioni  $b$  da lui stesso considerate rilevanti, e indirettamente la scelta, sotto forma di congettura, di un valore di probabilità in relazione ad un singolo evento. Non è però ben chiaro sulla base di quali fattori tale selezione viene operata<sup>8</sup>, né che significato possa assumere la relativa congettura su di un valore di probabilità.

#### 4. Il ruolo dei contesti nella teoria delle probabilità

Abbiamo appena osservato come la teoria propensionale delle probabilità, non dicendoci nulla sulle fonti delle sue congetture, relative alla determinazione (ritenuta oggettiva) delle condizioni iniziali di un qualsiasi esperimento probabilistico singolare, rievchi in un certo senso una velata soggettività che si riconosce nella scelta delle condizioni di intorno  $b$ . Se ora tentiamo di perorare il sentiero tracciato dalla teoria propensionale senza preoccuparci del fatto che essa non gode più a questo punto, secondo

<sup>7</sup> Il termine "soggettivista" può essere tranquillamente sostituito con "relativo".

<sup>8</sup> Popper ci suggerisce che "... non ha mai importanza quale sia la "base" di una congettura...": in POPPER, K.R., *Poscritto alla logica della scoperta scientifica*, Il Saggiatore, Milano 1985 (ID), p.363.

noi, dello statuto di teoria oggettiva delle probabilità, scopriamo un fatto molto interessante: è secondo noi senz'altro possibile ritenere che la probabilità di un evento singolare sia *determinata* dalle condizioni iniziali dello stesso, *a patto che tali condizioni siano quanto più possibile conosciute dal soggetto operante la stima di probabilità.*

In questo senso riteniamo quindi necessaria l'utilizzazione di un'appropriata *teoria dei contesti* la quale consenta di fare la *storia* delle condizioni iniziali di un esperimento probabilistico.

Questo significa che una congettura probabilistica deve, onde poter essere ritenuta valida, *conoscere* la storia delle condizioni rilevanti che stanno alla sua origine, apprendeme le dinamiche, intendeme i comportamenti, ecc. In questo modo essa non si riduce più ad una proposizione probabilistica effettuata sulla scorta di un inventario di condizioni iniziali istantaneamente evidenziate, bensì viene formulata sulla base delle conoscenze ottenute dalla *storia* delle condizioni di intorno di un preciso esperimento. E' quindi secondo noi opportuno utilizzare specifiche categorie storiografiche allo scopo di creare dei *contesti* (sempre dal punto di vista della loro ricostruzione storica) all'interno dei quali accogliere un asserito di probabilità singolare.

Non è però questo il luogo per rivisitare i luoghi più importanti dell'*operazione di contestualizzazione*; basterà dire che essa rappresenta una procedura già ampiamente utilizzata in sede di ricerca storiografica e che, secondo noi, vale la pena di utilizzare pure in ambiti apparentemente estranei, ma perfettamente integrabili, come quelli della teoria delle probabilità.

## 5. Conclusioni

L'obiettivo che ci si è prefissati nella stesura di questo saggio (sarà il lettore a giudicare tale obiettivo centrato o meno) era quello di tentare di evidenziare come la teoria propensionale delle probabilità non faccia riferimento a nessun tipo di contestualizzazione storica nel momento in cui formula una congettura relativa a valori di probabilità concernenti singoli eventi.

Tale riferimento è però da noi considerato fondamentale in quanto, senza di esso, si finirebbe con il congetturare valori di probabilità *istantanei*, in effetti privi di utilità pratica.

Sarà opportuno quindi, prima di lanciarsi nella formulazione di asseriti concernenti probabilità singolari, conoscere la storia che ha condotto il contesto probabilistico, vale a dire le condizioni di intorno *b*, ad essere *quello che è*, a comportarsi in questo più che in quel determinato modo ecc...

Il prossimo passo - e potrebbe essere l'obiettivo di un futuro lavoro - sarà allora quello di un'approfondita analisi della *relazione* contesti-evento, e di tutte le implicazioni epistemologiche che tale relazione comporta.