

A brief thermal history of the Universe

Martin Kunz
Université de Genève

Contenu

- description en équilibre
 - fonctions de distribution
 - découplage des neutrinos
 - découplage des photons, recombinaison et le CMB
 - BBN et l'abondance des éléments légers
 - comparaisons aux observations
- quelques mots supplémentaires sur le CMB
 - les fluctuations du CMB
- sommaire

$$(k_B = c = \hbar = 1)$$

Equilibrium distributions

Intéractions à distance courte créent un équilibre thermique:

$$f(k, t) d^3 k = \frac{g}{(2\pi)^3} \left(\exp[(E - \mu)/T] \pm 1 \right)^{-1} d^3 k$$

$E = \sqrt{k^2 + m^2}$, T température, μ pot. chem.

$$n = \int f(k) d^3 k \quad \text{densité de particules}$$

$$\rho = \int E(k) f(k) d^3 k \quad \text{densité d'énergie}$$

$$p = \int \frac{|k|^2}{3E(k)} f(k) d^3 k \quad \text{pression}$$

Relativistic species, $m \ll T$

Calcul direct avec $m = \mu = 0 \rightarrow E \sim k$
(utiliser $x=E/T$ comme variable d'intégration)

$$n_B = T^3 \frac{g\zeta(3)}{\pi^2} \quad n_F = \frac{3}{4}n_B$$

$$\rho_B = T^4 \frac{g}{30} \pi^2 \quad \rho_F = \frac{7}{8}\rho_B \quad \text{avec } \rho_\gamma \sim a^{-4} \Rightarrow T_\gamma \sim 1/a$$

\rightarrow l'univers en expansion se refroidit

\rightarrow loi de Stefan-Boltzmann
 $\rho_\gamma \sim T^4$

$$p = \frac{\rho}{3} \quad \rightarrow w_{\text{rad}} = p_{\text{rad}}/\rho_{\text{rad}} = 1/3$$

Massive species, $m \gg T$

Expansion $E = \sqrt{k^2 + m^2} = m\sqrt{1 + k^2/m^2} \approx m + k^2/(2m)$
et négliger ± 1 par rapport à $\exp(m/T)$

$$n = g \left(\frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(m-\mu)/T}$$

$$\rho = mn + \frac{3}{2}nT \quad \rightarrow E_{\text{kin}} / \text{particule}: \quad E_{\text{kin}} = \frac{3}{2}k_B T$$

$$p = nT \ll \rho$$

Particules massifs sont supprimés par facteur de Boltzmann $\exp(-m/T)$,
alors ils vont perdre l'équilibre thermique pour $T < m \rightarrow$ 'freeze out'
 $\rightarrow \mu$ effectif

Multiple relativistic species

Plusieurs types de particules à températures différents:

$$\rho_R = \frac{T_\gamma^4}{30} \pi^2 g_* \quad g_* = \sum_{i \in B} g_i \left(\frac{T_i}{T_\gamma} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{j \in F} g_j \left(\frac{T_j}{T_\gamma} \right)^4$$

densité d'entropie: $s = \frac{\rho + p}{T} \propto T^3 \quad \rightarrow \quad d(sa^3)/dt = 0$
(use f and $\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0$)

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*S} T_\gamma^3 \quad g_{*S} = \sum_{i \in B} g_i \left(\frac{T_i}{T_\gamma} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{j \in F} g_j \left(\frac{T_j}{T_\gamma} \right)^3$$

- $T_\gamma \propto g_{*S}^{-1/3} a^{-1}$

Neutrino decoupling

taux d'interaction: Γ } partic. en equil.: $\Gamma \gg H$
taux d'expansion: H } partic. découplés: $\Gamma \ll H$

$$\Gamma(T) = n(T) \langle \sigma v \rangle_T \quad \sigma_F \simeq G_F^2 E^2 \simeq G_F^2 T^2 \quad \Gamma_F \sim G_F^2 T^5$$

$$H(T) = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \sqrt{\rho_R} \simeq \frac{5.44}{m_P} T^2 \quad g_* = 2 + \frac{7}{8}(3 \times 2 + 2 \times 2)$$

$$\Rightarrow \frac{\Gamma_F}{H(T)} \simeq 0.24 T^3 G_F^2 m_P \simeq \left(\frac{T}{1 \text{ MeV}} \right)^3$$

Les neutrinos découplent quand leur temperature est ~ 1 MeV parce que leurs interactions deviennent trop faibles.

Temperature of ν background

Peu après le découplage des neutrinos on atteint

$T=0.5\text{MeV}=m_e$ et l'entropie des paires electron-positron est transféré aux photons mais pas aux neutrinos. L'entropie $g_{*S}(Ta)^3$ des photons et neutrinos est conservé séparément:

$$g_*(T_{\nu\text{dec}} > T > m_e) = 2 + \frac{7}{8} \times 4 = \frac{11}{2}, \quad g_*(T < m_e) = 2$$

$$\frac{(aT_\gamma)_{\text{after}}^3}{(aT_\gamma)_{\text{before}}^3} = \frac{(g_*)_{\text{before}}}{(g_*)_{\text{after}}} = \frac{11}{4}$$

Comme $(aT_\nu) = (aT_\gamma)_{\text{before}}$ nous avons $T_\gamma = (11/4)^{1/3} T_\nu$

-> si $T < 0.5m_e$: $g_* \sim 3.36$ and $g_{*S} \sim 3.91$ pour rayonnement ($\gamma+\nu$)

Photon decoupling

l'annihilation e^+/e^- est arrêté par l'asymétrie baryonique, les électrons restants et les photons sont en contact thermique (diffusion Compton) jusqu'à la formation de hydrogène neutre par les électrons et (recombinaison). Le nombre des électrons libres n_e chute, et les photons decouplent quand $\Gamma_\gamma \sim H$.

$$\Gamma_\gamma = n_e \sigma_T, \quad \sigma_T = \frac{8\pi\alpha_{\text{EM}}^2}{3m_e^2}$$

$$n_j = g_j \left(\frac{m_j T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_j - m_j)/T}, \quad j = e, p, H \quad g_p = g_e = 2, \quad g_H = 4$$

$\mu_p + \mu_e = \mu_H$ à cause des interactions -> utiliser pour éliminer les μ 's

$m_p + m_e = m_H + B$ binding energy: $B=13.6\text{eV}$

Baryon number density: $n_B = n_p + n_H = n_e + n_H$ ($n_p = n_e$)

Photon decoupling II

on peut écrire
$$\frac{n_H}{n_e n_p} \approx \frac{g_H}{g_p g_e} \left(\frac{m_e T}{2\pi} \right)^{-3/2} e^{B/T}$$

introduire $X_e = n_e/n_B$ (fraction d'ionisation) et utiliser que (en équilibre)

$$\frac{1 - X_e}{X_e^2} = \frac{n_H n_B}{n_e n_p} = \frac{4\sqrt{2}\zeta(3)}{\sqrt{\pi}} \frac{n_B}{n_\gamma} \left(\frac{T}{m_e} \right)^{3/2} e^{B/T} \quad \text{Saha eqn.}$$

admettons que la recombinaison $\sim X_e = 0.1$ and with $\eta \sim 10^{-10}$
 $\Rightarrow T_{\text{rec}} \sim 0.31 \text{ eV}$, $z_{\text{rec}} \sim 1300$ (pourquoi $T_{\text{rec}} \ll B$?)

Retourner à Γ_γ et comparer aux taux d'expansion pour matière $H = H_0 \Omega_m (1+z)^{3/2}$
 $\Rightarrow T_{\text{dec}} \sim 0.26 \text{ eV}$, $z_{\text{dec}} \sim 1100$ -> **origine du CMB!**

La recombinaison et le découplage des photons sont deux processus physiques différents, même s'ils prennent place presque au même moment.

Les photons découplent à cause de la disparition des électrons (else $z_{\text{dec}} \sim 40!$).

'equilibrium' BBN

- $T > 1\text{MeV}$: p et n en equilibrium par les interactions faibles
 - $T \sim 1\text{MeV}$: interactions faibles trop lents, ν freeze-out
 - Light element binding energies: quelques MeV
- > quand est-il favorable pour créer les éléments légers?

même jeux qu'avant: pour particules avec masse $A = \#n + \#p$
et charge $Z = \#p$, en equilibrium avec p & n

$$n_A = g_A \left(\frac{m_A T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_A - m_A)/T} = g_A \frac{A^{3/2}}{2^A} \left(\frac{m_N T}{2\pi} \right)^{3(1-A)/2} n_p^Z n_n^{A-Z} e^{B_A/T}$$

encore utilisé $\mu_A = Z\mu_p + (A-Z)\mu_n$. Avec $X_A = n_A A/n_N$ fraction de masse:

$$X_A = \dots = (\text{const}) \left(\frac{T}{m_N} \right)^{3(A-1)/2} X_p^Z X_n^{A-Z} \eta^{A-1} e^{B_A/T}$$

BBN II: NSE

-> Systeme d'équations pour 'équilibre nucléaire statistique':

$$1 = X_n + X_p + X_2 + X_3 + \dots$$

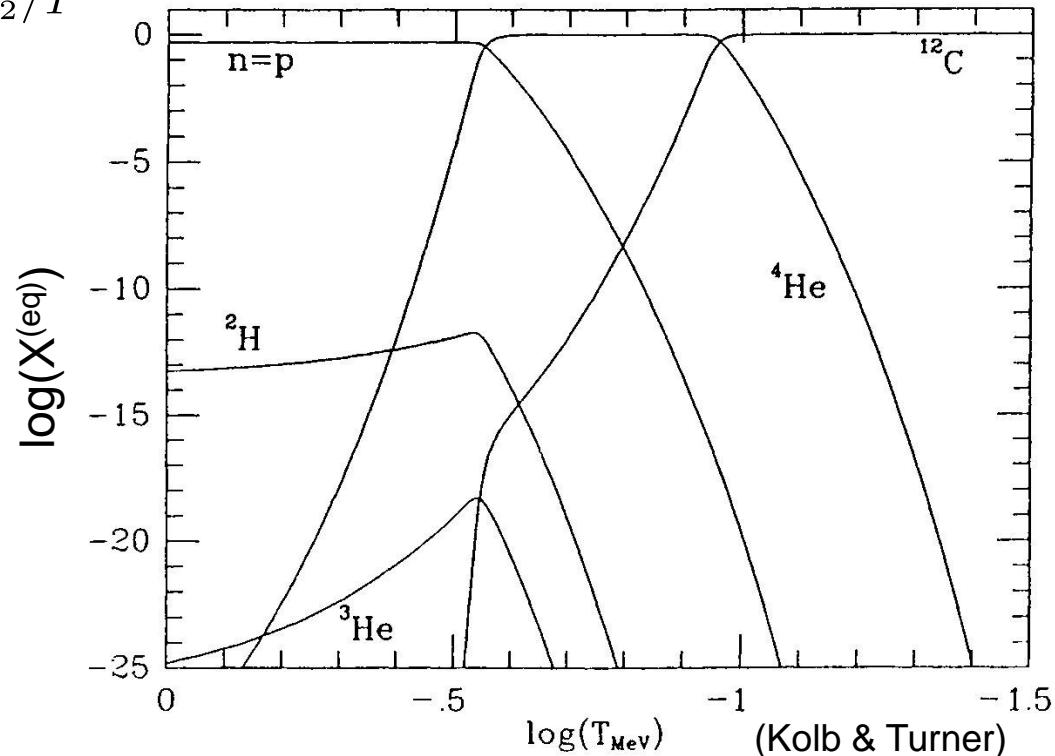
$$X_n/X_p = e^{-Q/T}$$

$$X_2 = C \left(\frac{T}{m_N} \right)^{3/2} X_p X_n \eta e^{B_2/T}$$

$$X_3 = \dots$$

etc ...

- $Q = 1.293$ MeV
- $B[{}^2\text{H}] = 2.22$ MeV
- $B[{}^3\text{H}] = 6.92$ MeV
- $B[{}^3\text{He}] = 7.72$ MeV
- $B[{}^4\text{He}] = 28.3$ MeV



BBN III: actual BBN

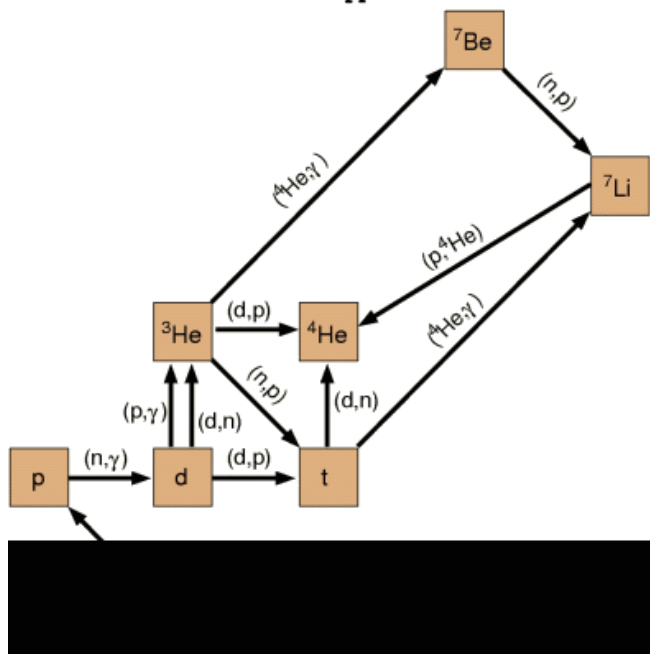
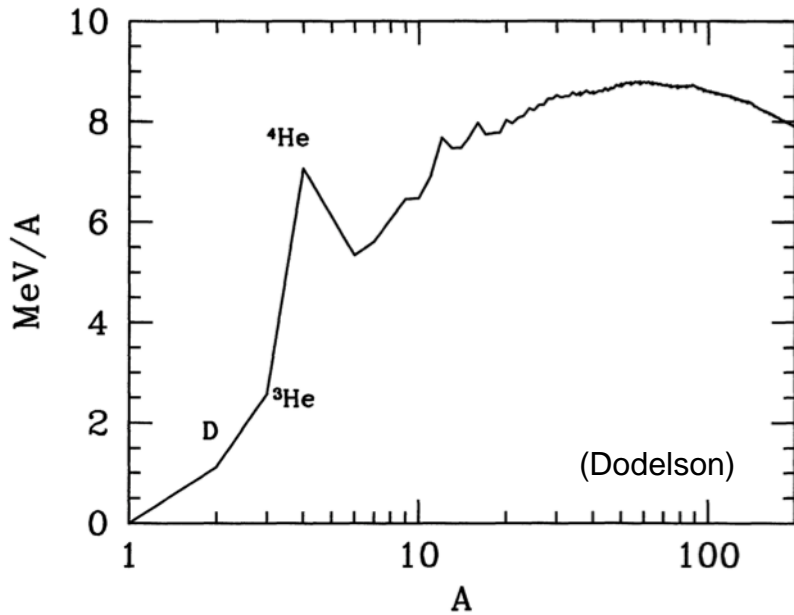
En réalité les interactions tombent hors équilibre à un moment, et il faut utiliser l'équation de Boltzmann. Résultats:

- $T \sim 10 \text{ MeV}+$: équilibre, $X_n = X_p = 1/2$, reste $X \ll 1$
- $T \sim 1 \text{ MeV}$: $n \leftrightarrow p$ freeze-out, $X_n \sim 0.15$, $X_p \sim 0.85$, NSE okay pour reste (avec $X \ll 1$)
- $T \sim 0.1 \text{ MeV}$: neutrons decay, $n/p \sim 1/8$, NSE ne marche plus parce que ${}^4\text{He}$ a besoin de Deuterium (${}^2\text{H}$) qui est retardé à 0.07 MeV à cause du grand η et petit B_2 .
- $T \sim 65 \text{ keV}$: la synthèse de ${}^4\text{He}$ peut se faire, en utilisant quasiment tous les neutrons qui restent:

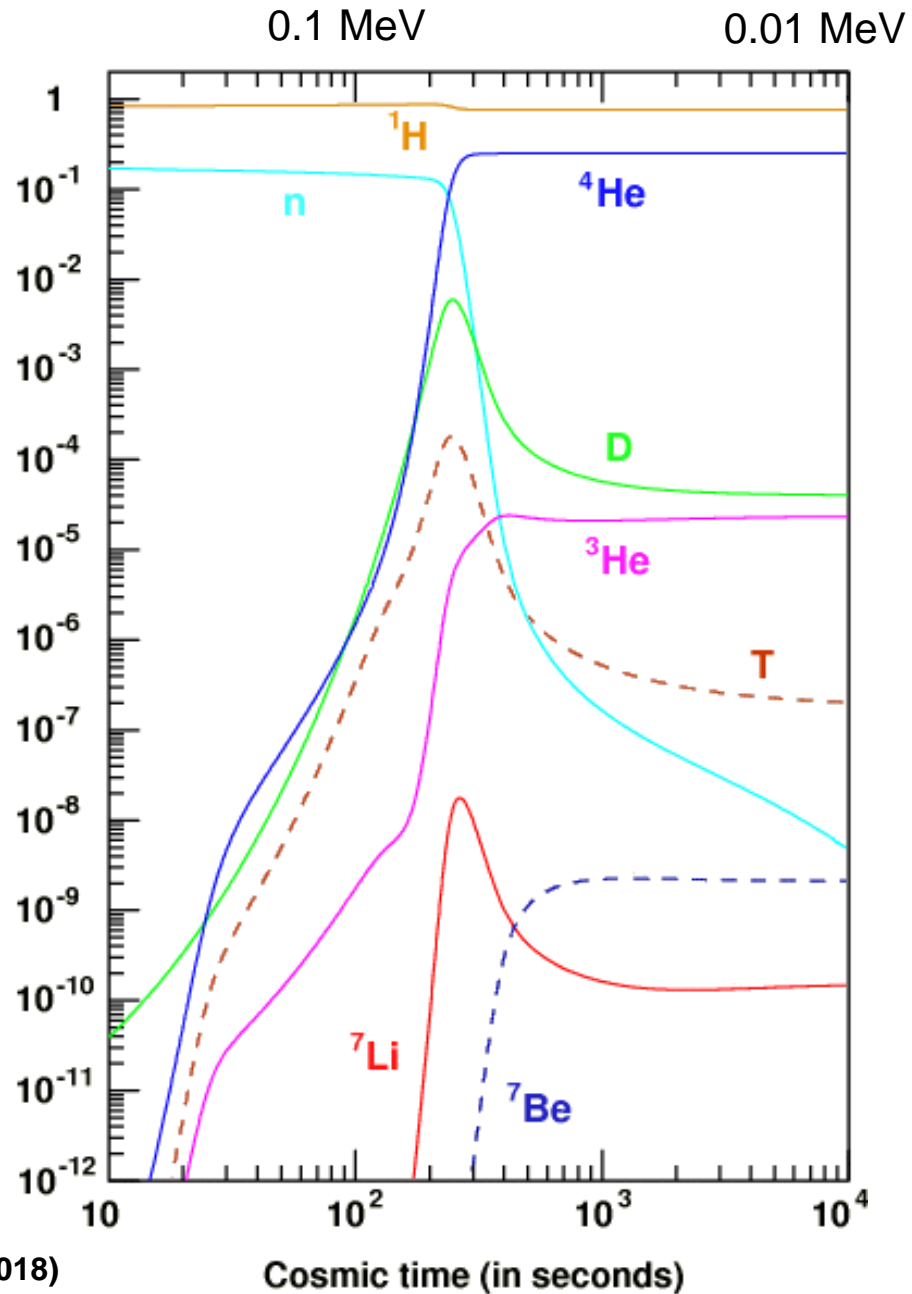
$$X_{{}^4\text{He}} = \frac{4n_4}{n_N} = 4 \frac{n_n/2}{n_n + n_p} = 2 \frac{n_n/n_p}{1 + n_n/n_p} = 2 \frac{1/8}{1 + 1/8} \approx 0.22$$

Reste hydrogène, avec qqs traces de ${}^2\text{H}$, ${}^3\text{He}$, ${}^7\text{Li}$ et ${}^7\text{Be}$.

Binding Energy per Nucleon



(figures from A. Weiss, Einstein Online Vol. 2 (2006), 1018)



Timeline summary

Energy (γ)	time	event
1 MeV	7s	neutrino freeze-out
0.5 MeV	10s	e^+/e^- annihilation, $T_\gamma \sim 1.4 T_\nu$
70 keV	3 minutes	BBN, light elements formed
0.77 eV	70' 000 yr	onset of matter domination
0.31 eV	300' 000 yr	recombination
0.26 eV	380' 000 yr	photon decoupling, origin of CMB
0.2 meV	14 Gyr	today

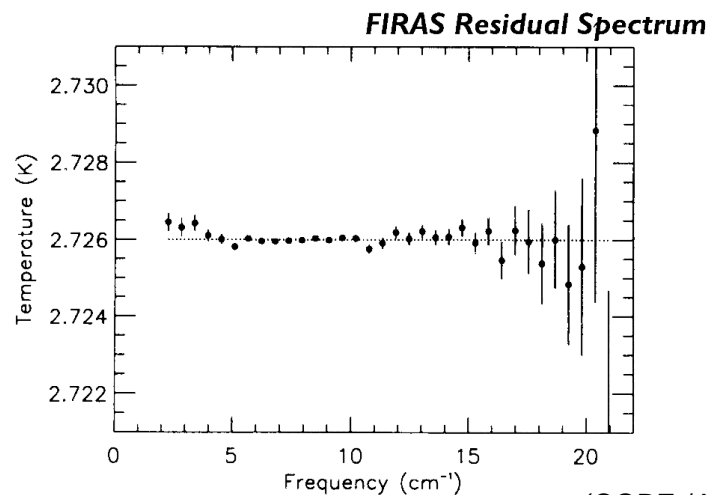
$$\frac{1 \text{ eV}}{k_B} = \frac{1.60217653(14) \times 10^{-19} \text{ J}}{1.3806505(24) \times 10^{-23} \text{ J/K}} = 11604.505(20) \text{ K.}$$

Comparison to observations

3 'piliers' classiques du modèle big-bang:

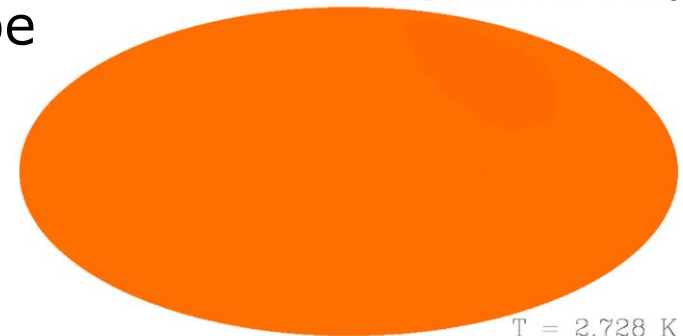
1. loi de Hubble -> première partie
2. recombinaison et rayonnement de fond
3. BBN et abondance des éléments

CMB: on s'attend à une radiation isotrope thermique qui remplit l'univers

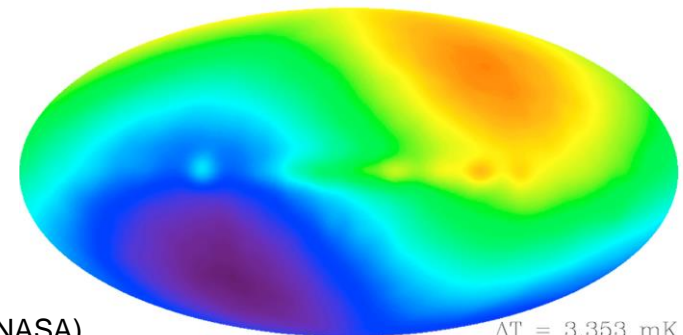


(COBE / NASA)

DMR 53 GHz Maps



$T = 2.728 \text{ K}$



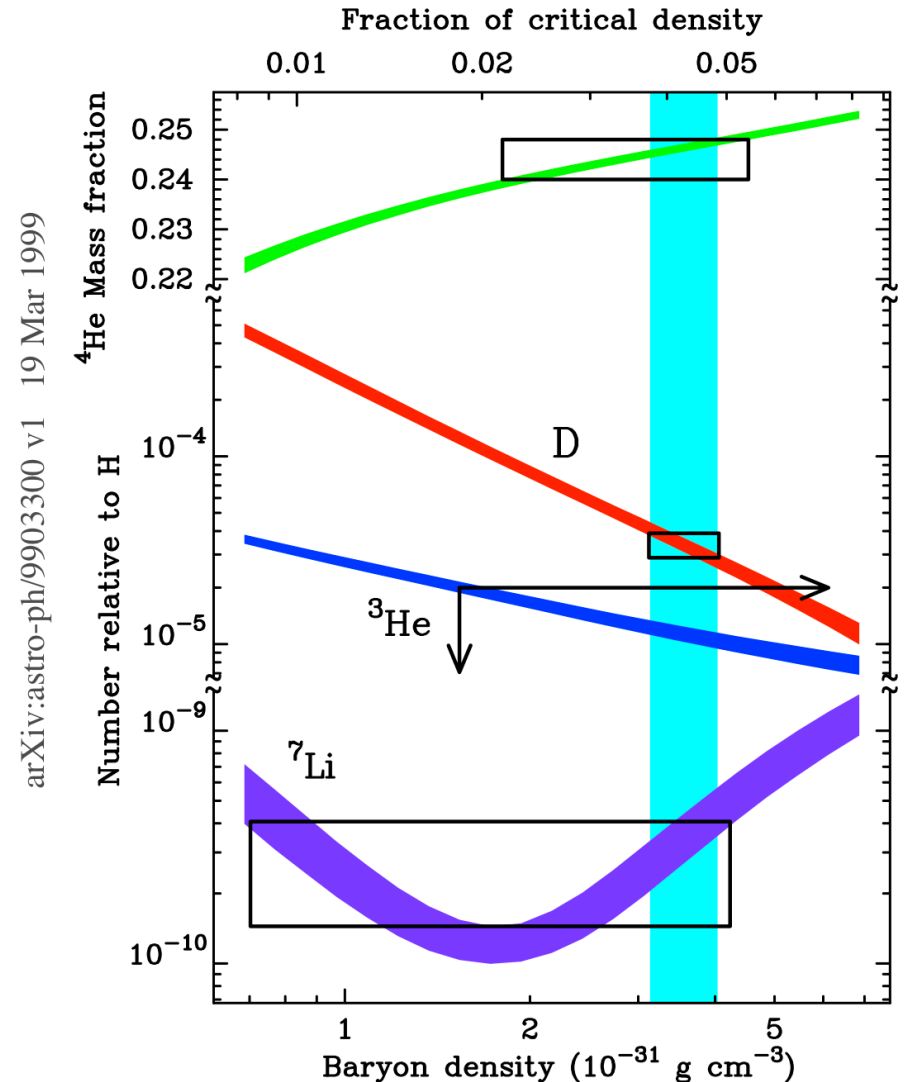
$\Delta T = 3.353 \text{ mK}$

Comparison II : BBN

BBN peut tester:

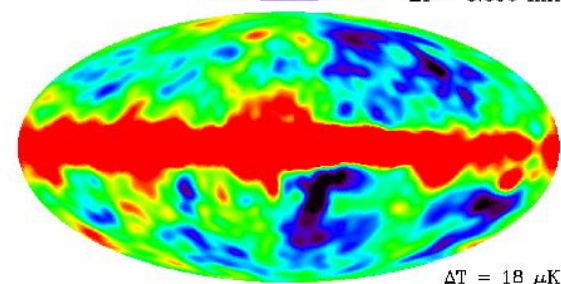
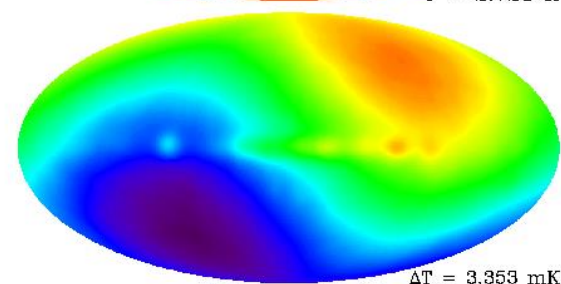
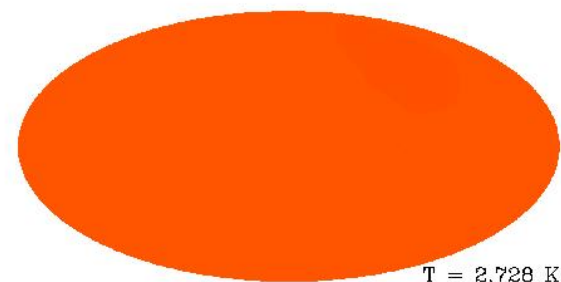
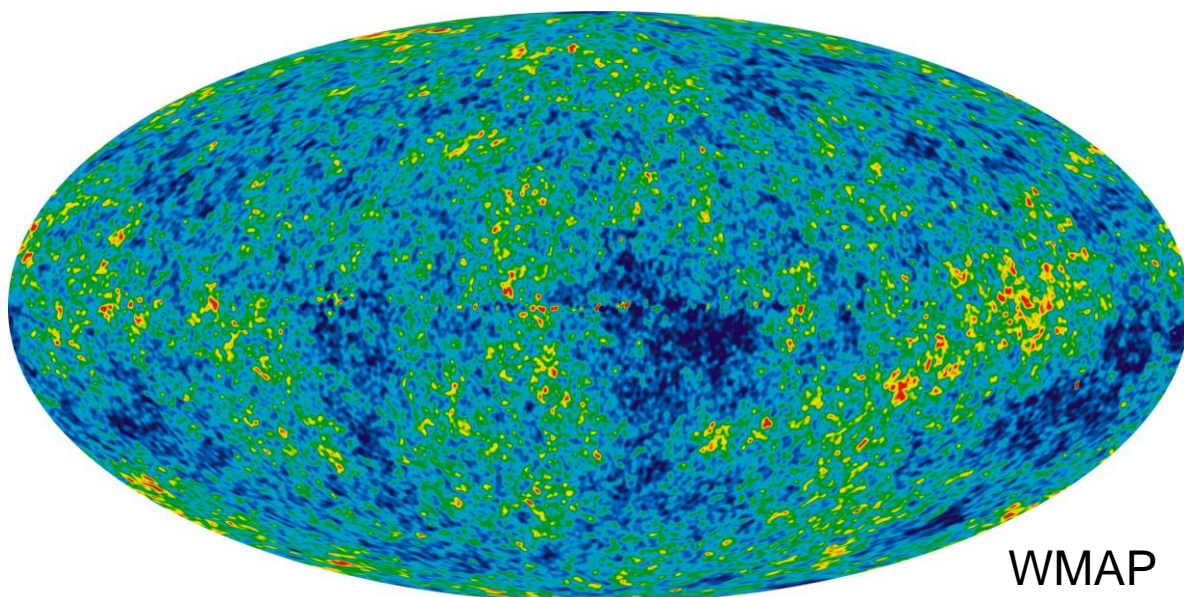
- baryon/photon ratio η
- nombre effectif des degrés de liberté relativistes
- compatibilité des abondances différents

Les anisotropies du CMB dépendent aussi de l'abondance des baryon (taille relative des pics). Les résultats sont consistant avec la BBN! $\Omega_b \approx 0.05$



anisotropies du CMB

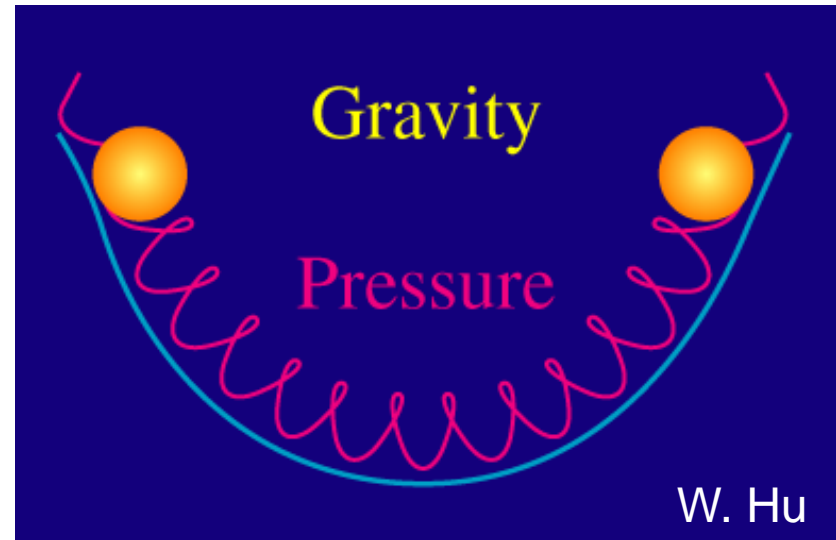
Il y a des petites fluctuations de la température du CMB. Nous pensons que ce sont des fluctuations quantiques de l'univers primordial!



COBE

évolution des perturbations

Les surdensités du fluide photons-baryons s'effondrent sous la force de la gravitation, jusqu'à ce que la pression résiste au collapse gravitationnel et mène à des oscillations acoustiques.



Le fluide oscille jusqu'au moment de la recombinaison des atomes. Alors les photons se propagent librement.

Il y a alors une échelle de taille maximale qui a eut le temps de s'effondre avant la recombinaison
-> distance angulaire à $z=1100$!

description statistique

Température $T(n)$ sur ciel: champs aléatoire Gaussien

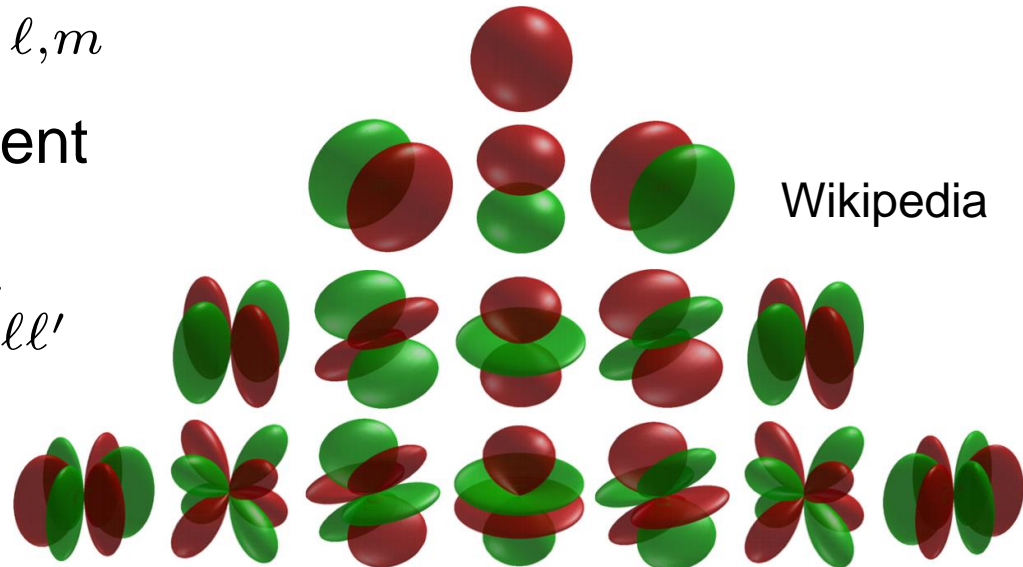
Analyse Fourier sur la sphère: au lieu de e^{ikt} les fonctions de base sont les harmoniques sphériques $Y_{lm}(n)$

$$\delta T(n) = T(n) - T_0 = \sum_{\ell, m} a_{\ell m} Y_{\ell m}(n)$$

Fluctuations statistiquement isotropes:

$$\langle a_{\ell m} a_{\ell' m'}^* \rangle = C_{\ell} \delta_{mm'} \delta_{\ell\ell'}$$

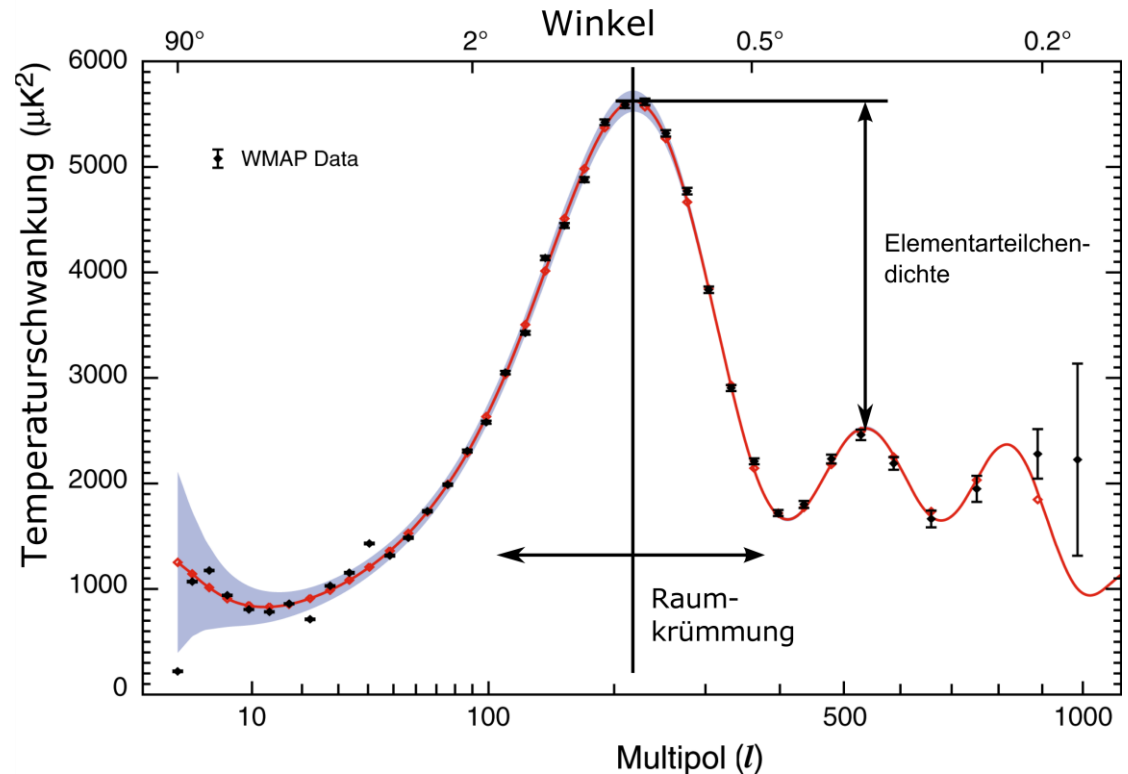
spectre de puissance



résultats du CMB

champs Gaussien:
les C_l contiennent
tous les informations!

- location du premier pic
- taille relative des pics
- ...



Des non-linéarités dans l'évolution (gravitation, interactions des champs qui ont créé les perturbations) génèrent des « non-Gaussianités » -- le satellite Planck les cherche

Sommaire

- Méthodes

- fonction de distribution $f(t,x,v)$
- conservation d'entropie
- équilibre (cinétique)
- (éq. de Boltzmann pour évolution de f)

- Results

- évolution de la densité de particules, énergie et pression en équilibre
- $T \sim 1/a$ (sauf quand g_{*S} change, e.g. annihilations)
- histoire thermique, gel de particules quand les interactions deviennent trop lent
- origine du CMB (et les anisotropies)
- abondances des éléments légers

l'univers étrange

Mesure du contenu de l'univers avec (effectivement) 3 distances:

- Distance de luminosité des SN-Ia
- Distance angulaire basé sur les oscillations acoustiques primordiales vue dans les galaxies et dans la fond diffus cosmologique

Les résultats sont en accord:

- l'univers est plat
- matière: $\approx 30\%$
- dont baryons: $\approx 5\%$
- énergie du vide: $\approx 70\%$

mais alors on ne connaît pas 95% de la densité d'énergie dans l'univers!

