Matériel autorisé :	- Machine à calculer non programmable - Formulaire CRM
Présentation :	- Rédaction **soignée** à **l'encre** (sauf les graphes) - Justification de chaque résultat - **Un seul** problème par feuillet

Problème 1

Partie 1

On considère les plans π_1 et π_2 d'équation $\pi_1 : 2x - 3y + 5z - 6 = 0$ et $\pi_2 : x + y - 7z + 2 = 0$.

a) Montrer que le point $A(-16; -21; -5)$ appartient aux deux plans.

b) Les plans π_1 et π_2 se coupent selon une droite d. Montrer que d est parallèle au vecteur $\vec{u} = \begin{pmatrix} 16 \\ 19 \\ 5 \end{pmatrix}$ et écrire les équations paramétriques de cette droite d.

c) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite d avec le plan xOy. Ce point est appelé C.

d) Déterminer l'angle aigu entre la droite d et le plan xOy.

Partie 2

On donne le point $B(15; 15; -10)$.

e) Déterminer les coordonnées du symétrique B' de B par rapport au plan π_2.

f) On donne $J(13; 13; 4)$ un point de π_2. Montrer que $\overrightarrow{BJ}$ est orthogonal à π_2.

g) Dans π_2, on considère le triangle ACJ, avec $C(0; -2; 0)$. Montrer que l'aire de ce triangle ACJ est $\frac{\sqrt{51}}{2}$.

h) Calculer le volume de la pyramide $ACJB$, de base ACJ et de sommet B.

Problème 2

On considère la fonction $f : x \mapsto (x^2 - 2x + 1)e^x$ et γ son graphe.

Partie 1

a) Déterminer le domaine de définition de f, les intersections de γ avec les axes, les asymptotes éventuelles, les points à tangente horizontale de γ et leur nature.

b) Déterminer par calcul les coordonnées des points d'intersection de γ avec le graphe de la fonction $g : x \mapsto e^x$.

c) Dessiner, dans le même système d'axes, γ et le graphe de g (unité : 2 carreaux).

Partie 2

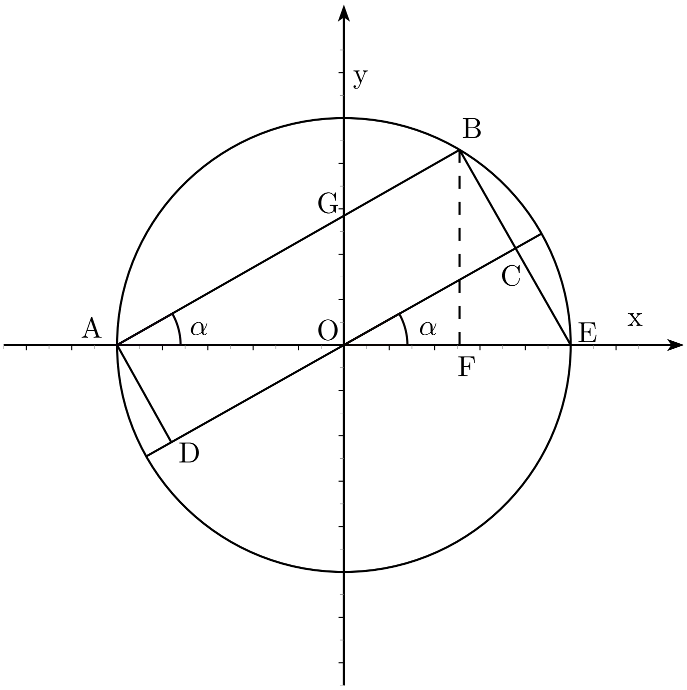
d) Vérifier que la fonction $F : x \mapsto (x^2 - 4x + 5)e^x$ est une primitive de la fonction f.

e) Déterminer l'aire du domaine fini délimité par γ et le graphe de g, à droite de l'axe Oy.

Partie 3

f) Déterminer l'équation de la tangente t à γ en $x = 2$.

Problème 3



Sur le cercle trigonométrique de diamètre AE = 2, on choisit un point B dans le premier quadrant. On trace ensuite le segment AB. Par O, on dessine une parallèle à AB qui coupe BE en C. On construit alors le rectangle ABCD. On note α l'angle $\widehat{\mathrm{BAE}}$ ($0° < \alpha \leq 90°$).

Partie 1

a) Exprimer en fonction de α les longueurs OC, AB, BE et AD.

b) Exprimer en fonction de α le périmètre du rectangle ABCD, puis déterminer la valeur de α pour laquelle ce périmètre est maximal.

c) Déterminer les coordonnées du point B en fonction de α

d) On note F la projection orthogonale de B sur Ox, et G l'intersection de AB avec l'axe Oy. Calculer en fonction de α les longueurs AG et OG, puis exprimer en fonction de α les aires des triangles AGO et ABF.

e) Pour quelle valeur de α les aires des triangles AGO et ABF sont-elles égales ?

Problème 4

Partie 1

On jette une pièce de monnaie six fois de suite.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir trois fois ***face*** et trois fois ***pile*** (ordre quelconque) ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois ***face*** ?

c) Sachant que les deux premiers jets ont donné ***pile***, quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois ***face*** ?

Partie 2

d) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins deux fois ***pile*** lorsque l'on jette une pièce de monnaie une fois ? deux fois ? trois fois ? quatre fois ? cinq fois ? six fois ?

Partie 3

On lance un dé, puis on jette une pièce de monnaie le nombre de fois indiqué par le dé. Par exemple, si le dé montre un "4", on jette la pièce quatre fois de suite.
On gagne si on obtient au moins deux fois ***pile***.

e) Quelle est la probabilité de gagner ?

f) Avec un dé pipé, la probabilité de faire "5" et de gagner vaut $\frac{13}{40}$. Combien vaut la probabilité de faire "5" avec ce dé ?