

Application des Mathématiques

Durée de l'épreuve : 180 minutes

Ouvrages et matériels autorisés : Formulaires et Tables (fournies par le collège)

Barème : Chaque problème est doté de 12 points
50 points correspondent à la note 6

Remarques : L'intitulé de chaque fichier commencera par votre nom.
exemple : "Waldner Laurent – problème 3 – simulation"

Sur le lecteur L: se trouvent cinq fichiers préparatoires que vous pouvez utiliser après les avoir renommés.

Les explications sont à écrire dans les différents fichiers ou sur une feuille.

Problème 1 – courbe de Bézier

Soit un carré ABCD et E le milieu du côté AD.

On considère la courbe de Bézier contrôlée par les quatre points A,B,C et E.

- 1) Dessinez avec Cabri cette courbe de Bézier.
(vous pouvez compléter le fichier Cabri intitulé "problème 1 – courbe de Bézier").
- 2) Construisez avec Mathematica cette courbe de Bézier.
(vous pouvez compléter le fichier Mathematica intitulé "problème 1 – courbe de Bézier").

Problème 2 – mathématiques financières

Résolvez ce problème avec le logiciel Excel.

Vous pouvez compléter pour cela le fichier intitulé "problème 2 – mathématiques financières".

Ma fille Jeanne est née le 22 mars 1993.

J'avais décidé à l'époque de lui ouvrir un compte rémunéré à un taux bloqué de 2% et d'y effectuer des versements trimestriels. Le premier versement, effectué le 1^{er} juillet 1993, était de 80 francs, les suivants en progression de 1% chaque trimestre.

- 1) Quel est le montant de mon dernier versement effectué le 1^{er} avril 2008 ?
Quel est la somme qui se trouvait alors sur le compte ?
- 2) A partir du 1^{er} juillet 2008, j'ai décidé de verser une somme fixe chaque mois, la dernière fois le 1^{er} mars 2011, de façon que ma fille ait 10'000 francs sur ce compte le jour de ses 18 ans, le 22 mars 2011. Quel doit être le montant de ce versement mensuel ?

Problème 3 – simulation

Résolvez ce problème avec le logiciel Mathematica.

Vous pouvez compléter pour cela le fichier intitulé "problème 3 – simulation".

Combien de fois faut-il lancer un dé pour obtenir un 6 deux fois de suite?

- 1) Simulez une suite de lancements du dé qui se termine par deux 6, puis notez combien de fois vous avez lancé votre dé.
- 2) Effectuez 10'000 simulations et représentez les nombres de lancers par un diagramme.
- 3) A partir de ces 10'000 simulations, estimez la probabilité de devoir lancer le dé plus de 100 fois pour obtenir deux 6 de suite.

Problème 4 – volume

Résolvez ce problème avec le logiciel Mathematica.

Vous pouvez compléter pour cela le fichier intitulé "problème 4 – volume".

Soit le volume délimité par les deux surfaces d'équation $z = 1 - 3x^2$ et $z = 2y^2 - 8$.

- 1) Dessinez ces deux surfaces et le volume délimité.
- 2) Estimez ce volume.
- 3) Calculez la valeur exacte de ce volume à l'aide d'une intégrale double.

Problème 5 – le système cryptographique RSA

- 1) Si Bob souhaite recevoir des messages en utilisant le système RSA, il doit d'abord créer sa clé privée (n, d) et sa clé publique (n, e) . Expliquez comment il les crée et ce qu'il en fait.
- 2) Alice veut envoyer un message à Bob. Que doit-elle faire ?
- 3) Bob reçoit le message d'Alice. Comment le décode-t-il ?
- 4) Pourquoi le système RSA est-il sûr ?