

Examens de maturité 2009

Mathématiques normales DF

Version A

PROBLÈME 1 (21 points)

Soit la fonction  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{4 \ln(x)}{x^2}$$

1) Faire l'étude complète de la fonction  $f$  et construire sa représentation graphique (unité : 2 cm).

2) Calculer  $\int_1^{+\infty} f(x) dx$  (à l'aide d'une intégration par parties).

PROBLÈME 2 (13 points)

Dans l'espace  $E_3$  muni d'un repère orthonormé, on considère

$$\text{un plan } \alpha: x - y + z - 7 = 0, \text{ une droite } d: \begin{cases} x = 2 - 4m \\ y = 8 + 3m \\ z = 4 + 2m \end{cases}$$

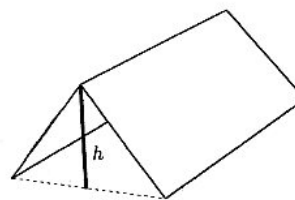
deux points  $A(4; 6; 0)$  et  $C(2; -1; 3)$ .

- 1) Calculer l'angle aigu formé par la droite  $d$  et le plan  $\alpha$ .
- 2) Calculer les coordonnées du point  $B$  projection orthogonale du point  $A$  sur le plan  $\alpha$ .
- 3) Déterminer l'équation cartésienne de la sphère  $S$  de centre  $C$  tangente à la droite  $d$ ; calculer également les coordonnées du point de tangence.
- 4) Déterminer l'équation cartésienne du plan  $\beta$  contenant la droite  $d$  et le point  $A$ .
- 5) Vérifier que la sphère  $S$  est tangente au plan  $\beta$ .

Mathématiques normales DF

Version A

PROBLÈME 3 (7 points)



Une toile carrée de 4 mètres sur 4 mètres est pliée en deux en son milieu de manière à former une "tente canadienne" (ouverte). On note  $h$  la hauteur des piquets.

1) Montrer que le volume de la tente est donné par la formule

$$V = 4h\sqrt{4 - h^2}$$

2) Quelle doit être la hauteur  $h$  des piquets pour que le volume de la tente soit maximal ?

PROBLÈME 4 (9 points)

Un test de dégustation de sirops est organisé à l'occasion d'une fête d'étudiants. Un étudiant a une chance sur cinq de réussir le test du premier coup. En cas d'échec, il peut se présenter une seconde fois et il a alors une chance sur deux de réussir.

- 1) Montrer que la probabilité de réussir ce test (en au plus 2 essais) est  $\frac{3}{5}$ .
- 2) Brian a réussi le test. Calculer la probabilité qu'il l'ait réussi du premier coup.
- 3) Cinq amis se présentent au test. Calculer la probabilité qu'au moins deux d'entre eux le réussissent du premier coup.
- 4) Une classe participe à cette dégustation. De combien d'étudiants est-elle composée au minimum si l'on sait que la probabilité qu'au moins un de ses étudiants réussisse du premier coup est supérieure à 99% ?

Fin