Département de l'éducation, de la culture et du sport
Service de l'enseignement
Lycée - Collège des Creusets, Sion

CANTON DU VALAIS
KANTON WALLIS

Departement für Erziehung, Kultur und Sport
Dienststelle für Unterrichtswesen
Kollegium Creusets, Sitten

EXAMENS DE MATURITÉ 2009

BRANCHE : MATHÉMATIQUES FORTES	DF	Série A

1. Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{4}{1+e^{-2x+6}}$.

a) Etudier et représenter graphiquement la fonction f.
b) Calculer l'aire de la surface limitée par le graphe de f, l'axe Ox et la verticale $x=3$ (poser $u=e^{2x-6}$).
c) Résoudre, après avoir séparé les variables, l'équation différentielle $\begin{cases} y'=\dfrac{1}{2}y(4-y) \\ y(3)=2 \end{cases}$.

2. Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$, on considère les points $A(1;1;1)$, $B(-1;2;1)$, $C(5;2;3)$ et $E(4;1;-2)$.

Soit S un point de la droite d passant par $D(1;0;1)$ et de vecteur directeur $\vec{d}=\begin{pmatrix}-3\\-1\\3\end{pmatrix}$.

a) Ecrire l'équation cartésienne de l'ensemble des points P tels que l'angle $\angle BPC$ soit droit et caractériser cet ensemble.
b) Déterminer S pour que le volume du tétraèdre $ABCS$ soit 4.
c) Ecrire l'équation cartésienne du plan π passant par A, B et C.
d) Déterminer le centre N du cercle passant par A, B et C.
e) Déterminer la perpendiculaire commune aux droites (AB) et (OE).

3. Soit un endomorphisme h de $\mathbf{R}^3$ dont la matrice relative à la base canonique est $H=\begin{pmatrix}3&4&-5\\4&2&-2\\3&-1&2\end{pmatrix}$ et $g:(x;y;z)\mapsto(-2x+y+z;x-2y+z;x+y-2z)$ un autre endomorphisme de $\mathbf{R}^3$.

a) Déterminer le noyau et l'image de l'endomorphisme h. L'endomorphisme h est-il bijectif ?
b) Déterminer la matrice de g relative à la base canonique de $\mathbf{R}^3$.
c) Effectuer un changement de base tel que relativement à la nouvelle base la matrice de g soit une matrice diagonale D. Ecrire la matrice D et la matrice P qui définit le changement de base.

BRANCHE : MATHÉMATIQUES FORTES	DF	Série A

4. Soit le point $A(2+\mathrm{i})$ et l'angle θ tel que $\begin{cases}\cos(\theta)=0.6\\ \sin(\theta)>0\end{cases}$. On considère les transformations géométriques suivantes : T est la translation de vecteur $\vec{u}(2-\mathrm{i})$, R est la rotation centrée à l'origine d'angle θ et H est l'homothétie de centre A et de rapport -5.

a) Déterminer la fonction complexe associée à la transformation $H\circ R\circ T$.
b) Déterminer avec précision la transformation géométrique associée à la fonction complexe $f:z\mapsto(-3-4\mathrm{i})z+2+\mathrm{i}$.
c) Déterminer la fonction complexe $g:z\mapsto az+b$ telle que $g(f(z))=z$.
d) Déduire du point b) les caractéristiques de la transformation géométrique associée à g.

Fin