CANTON DU VALAIS
KANTON WALLIS

Département de l'éducation, de la culture et du sport
Service de l'enseignement
Lycée - Collège des Creusets, Sion

Departement für Erziehung, Kultur und Sport
Dienststelle für Unterrichtswesen
Kollegium Creusets, Sitten

Lycée Collège Creusets

EXAMENS DE MATURITÉ 2009

BRANCHE : Applications des mathématiques OS Classe 5D (QJ et QN)	Série B

Exercice 1

Nous savons que l'offre et la demande d'un produit dépendent de son prix. Une étude faite sur un produit a donné les résultats suivants : (le *prix* au kilogramme est exprimé en francs et les quantités *offre* et *demande* sont exprimées en tonnes).

Prix (x)	3	5	8	10	14
Demande (y)	4.5	2	0.6	0.3	0.1
Offre (z)	1.3	1.7	2.3	2.7	3.5

1) La demande du produit peut être expliquée par son prix avec un ajustement exponentiel de y en x : $y=\alpha\cdot e^{\beta x}$.

1.1) Déterminer les paramètres α et β qui expliquent le mieux les données au sens des moindres carrés.

1.2) Donner une mesure de la qualité de cet ajustement et commenter.

1.3) Déduire de l'ajustement trouvé une estimation de la demande pour un prix de Fr. 4.-.

Pour la suite de l'exercice, on considère la loi $y=15\cdot e^{-0.4x}$ ainsi que celle expliquant l'offre en fonction du prix : $z=0.2\cdot x+0.7$. On veut estimer le prix d'équilibre p, c'est-à-dire celui pour lequel l'offre égale la demande, en résolvant l'équation $15\cdot e^{-0.4x}-0.2x-0.7=0$ (E).

2) Montrer que l'équation (E) admet une solution unique sur l'intervalle $[5;6]$.

3) 3.1) En utilisant la méthode de la bissection, déterminer p à 10^{-1} près. Quelle est alors l'erreur maximale sur p ?

3.2) Combien de bissections supplémentaires seraient nécessaires pour obtenir une précision de 10^{-15} ?

4) 4.1) Montrer que pour $x_0=5$, la méthode de Newton converge si l'on considère $f(x)=15\cdot e^{-0.4x}-0.2x-0.7$.

4.2) Calculer deux termes x_1 et x_2 de la suite de Newton.

Exercice 2

Une entreprise produit trois sortes de pièces P1, P2 et P3 qui nécessitent chacune l'utilisation de deux ressources R1 et R2 qui sont en quantité limitée. Le problème est schématisé comme suit :

	R1 (kg)	R2 (kg)	Bénéfice par pièce
P1	100	80	20.-
P2	80	100	16.-
P3	100	100	28.-
Quantité disponible	10'000	12'000	

1) Déterminer le nombre de pièces de chaque sorte à fabriquer ainsi que la quantité utilisée de chaque ressource pour que le bénéfice soit maximal. Utiliser pour ce faire l'algorithme de Bland.

2) La même entreprise se voit dans l'obligation de produire au minimum 10 pièces de chaque sorte (commande fixe). Déterminer ce nouveau problème sous forme canonique (sans le résoudre).

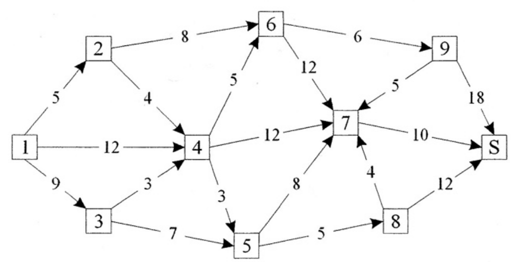
3) La même entreprise (pouvant à nouveau produire le nombre de pièces qu'elle désire) se voit confrontée à des coûts de stockage. Ce coût s'élève à Fr. 1.- par kilogramme pour la ressource R1 et à Fr. 2.- pour la ressource R2. Déterminer ce nouveau problème sous forme canonique (sans le résoudre).

Exercice 3

Pour assainir les eaux usées des différents quartiers (sommets 1 à 9) d'une localité, on a construit une station d'épuration S. On cherche alors un réseau de canalisations à coût minimal qui permette de drainer les eaux de tous les quartiers vers cette station d'épuration. On a mentionné sur le graphe le sens de l'écoulement des eaux et le coût de la canalisation entre deux quartiers.

Déterminer le coût minimal de ces travaux en indiquant les canalisations à construire.

Expliquer clairement la méthode utilisée et justifier le fait qu'elle donne l'optimum désiré.



Exercice 4

On peut calculer π grâce au programme suivant :

```
Program recherche_pi;

Const
    tol=1e-7;

Var
    n,sgn : longint;
    s : real;

Begin
    s:=0;
    n:=-1;
    sgn:=-1;
    repeat
        n:=n+2;
        sgn:=-sgn;
        s:=s+sgn/n
    until 1/n<tol;
    write('pi = ',4*s:0:6)
End.
```

1) Déterminer quelle est la formule sous-jacente utilisée pour calculer π.

2) Écrire un programme qui calcule π en utilisant la formule :

$$\pi = 8 \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{9 \cdot 11} + \ldots + \frac{1}{(4k+1) \cdot (4k+3)} + \ldots \right).$$

Fin