

Examens de maturité 2010

Mathématiques normales DF

Version A

Consignes :

- Débuter chaque exercice sur une nouvelle page
- faire une marge d'au moins 4 carreaux
- arrondir les résultats numériques à 3 décimales

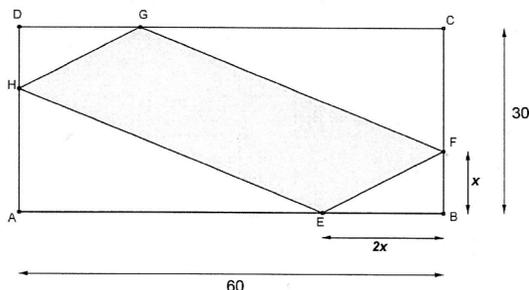
Exercice 1 : Analyse

Soit la fonction $f(x) = (2x - 5)e^{x+1}$

1. Effectuer l'étude complète de la fonction f .
2. Calculer l'aire A de la surface délimitée par l'axe O_x , les droites $x = a$ et $x = \frac{3}{2}$ (avec $a < 0$) et la courbe représentative de f .
3. Déterminer $\lim_{a \rightarrow \infty} A$.
4. Déterminer l'équation de la tangente t à la courbe représentative de f en $x_0 = -1$.

Exercice 2 : Optimisation

On considère un parallélogramme inscrit dans un rectangle comme ci-contre. Déterminer x pour que l'aire du parallélogramme soit maximale.



Mathématiques normales DF

Version A

Exercice 3 : Géométrie vectorielle et analytique de l'espace

Dans un repère orthonormé $R = (O, I, J, K)$ dont la base associée est $B = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne : les plans $\alpha : 2x - 2y + z - 1 = 0$ et $\beta : 3x - 4y + 8 = 0$, ainsi que

$$\text{deux droites } d : \begin{cases} x = 4n \\ y = 2 + 3n \\ z = 5 - 2n \end{cases} \text{ et } d' : \begin{cases} x = 1 + k \\ y = 1 - k \\ z = 1 - k \end{cases}, \text{ avec } n, k \in \mathbb{R}$$

1. Déterminer les équations paramétriques de la droite t d'intersection des plans α et β .
2. Calculer l'angle aigu φ formé par les plans α et β .
3. Montrer que les droites d et d' sont gauches.
4. Déterminer l'équation cartésienne de la sphère S tangente aux plans α et β et dont le centre C se trouve sur la droite d' (2 solutions).

Exercice 4 : Probabilités

Pour son anniversaire, Kevin a reçu deux boîtes de chocolat de couleurs différentes. La boîte rouge contient 60 chocolats emballés de manière neutre dont 8 sont noirs, 20 sont blancs et les autres sont à l'orange.

La boîte verte contient 52 chocolats à l'orange. Ces chocolats sont emballés avec un papier représentant un écusson d'un canton suisse. Chacun des 26 cantons est ainsi représenté par deux chocolats de la boîte verte.

1. Kevin offre un chocolat à son amie Sandrine, en lui présentant les deux boîtes en même temps.
 - a. Quelle est la probabilité que Sandrine choisisse un chocolat à l'orange ?
 - b. Quelle est la probabilité que Sandrine choisisse un chocolat dont l'emballage porte l'écusson du canton du Valais ?
 - c. Sachant que Sandrine a mangé un chocolat à l'orange, quelle est la probabilité qu'il provienne de la boîte rouge ?
2. Kevin a remarqué que lorsqu'il demande à Sandrine si elle veut un chocolat, elle répond "oui" 2 fois sur 3 et "non" autrement. Combien de fois doit-il lui poser la question pour que la probabilité qu'elle réponde au moins une fois "non" soit supérieure à 99.5%.

FIN