

EXAMENS DE MATURITÉ 2010

BRANCHE : APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES OS Version A

L'épreuve comporte deux parties (Physique et Applications des mathématiques) qui doivent être rendues séparément.
 - Durée : 4 heures
 - Recommandation : prévoir 2 heures pour chaque partie

1. On a relevé les températures pendant le refroidissement d'une tasse de café :

Temps (en minutes)	0	8	15	30	45
Température (en degrés)	82	70	61	47	39

La fonction donnant la température T au temps x est définie par la relation $T(x) = \beta \cdot \alpha^x$.

- A l'aide d'une régression linéaire, déterminer les réels $a = \ln(\alpha)$ et $b = \ln(\beta)$ tels que $y = \ln(T) = a \cdot x + b$.
- En déduire une loi donnant T en fonction de x .
- A quelle minute, la température de la tasse sera-t-elle de 30° ?

2. On veut résoudre l'équation (E) : $3e^x = x + 4$.

- Montrer que l'équation (E) admet exactement une solution s dans l'intervalle $[0;1]$.
- En utilisant la méthode de bisection, donner une estimation de la solution s à 0.05 près.
- En utilisant l'estimation initiale $x_0 = 0$, calculer les termes x_1 , x_2 et x_3 de la suite de Newton.
- Pour résoudre l'équation (E) par la méthode du point fixe, on pose $x = h(x) = \ln\left(\frac{x+4}{3}\right)$.
 - Montrer que la suite (x_n) définie par $\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_{n+1} = h(x_n) \end{cases}$ converge.
 - On admet que $|x_n - s| \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$. Pour obtenir une approximation de s avec quatre décimales correctes, calculer x_p tel que $|x_p - s| \leq 0.5 \cdot 10^{-4}$.

BRANCHE : APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES OS Version A

- On considère l'équation différentielle $y' = -y + x + 1$ et la condition initiale $y(0) = 1$.
 - Vérifier que $s : x \mapsto e^{-x} + x$ est solution de cette équation et satisfait la condition initiale.
 - Faire deux itérations avec $h = 0.1$ de la méthode d'Euler et calculer l'erreur commise sur y_2 en comparant les résultats avec la solution exacte $s(0.2)$.
 - Faire deux itérations avec $h = 0.1$ de la méthode de Heun et calculer l'erreur commise sur y_2 en comparant les résultats avec la solution exacte $s(0.2)$.
 - Faire une itération avec $h = 0.2$ de la méthode de Runge-Kutta (RK4) et calculer l'erreur commise sur y_1 en comparant les résultats avec la solution exacte $s(0.2)$.

4. On a relevé pour une voiture les vitesses correspondant à quelques distances de freinage sur route sèche. Voici les résultats obtenus :

Distance de freinage en m	x	27	56	80	109
Vitesse en km/h	$y = f(x)$	50	80	100	120

- Déterminer les pentes aux points d'abscisses $x = 56$ et $x = 80$ en vue d'une interpolation par arcs de cubiques.
- Suite à un accident survenu sur route sèche, le sergent Emil Schnyder de la Police cantonale a évalué, dans son constat, la distance de freinage à 64 m. Estimer la vitesse $f(64)$ de la voiture impliquée en utilisant un arc de cubique sur l'intervalle $[56;80]$.

Fin