

## Examens de maturité 2012

Mathématiques Normales 5B, 5I, 5J

Version B

### Problème 1

Soit la fonction  $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{2x - 1}$

1. Étudier la fonction et en faire la représentation graphique (unité 2 carreaux).
2. Montrer que la fonction peut s'écrire  $f(x) = x - 3 + \frac{2}{2x - 1}$ .
3. Calculer, à  $10^{-2}$  près, l'aire du domaine de plan limité par la courbe représentative de  $f$  et l'axe des abscisses.

### Problème 2 :

Dans l'espace  $E_3$  muni d'un repère orthonormé, on considère le plan  $\alpha : x - 4y + 8z - 4 = 0$ , les

points  $T(6; 4; -9)$ ,  $C(5; -2; 9)$  et la droite  $d : \begin{cases} x = 4 + \lambda \\ y = -8 + 6\lambda \\ z = -9 - \lambda \end{cases}$

1. Calculer l'angle aigu formé par la droite  $d$  et le plan  $\alpha$ .
2. Écrire l'équation cartésienne de la sphère  $S$  de centre  $C$  et de rayon 19.
3. Vérifier que le point  $T$  appartient à la sphère  $S$  puis déterminer l'équation cartésienne du plan  $\beta$  tangent à  $S$  au point  $T$ .
4. Calculer les coordonnées du point  $A$ , projection orthogonale du point  $C$  sur le plan  $\alpha$ .
5. Calculer la distance du point  $C$  au plan  $\alpha$  puis vérifier que le plan  $\alpha$  coupe la sphère  $S$ .
6. Déterminer le centre et le rayon  $\rho$  du cercle d'intersection du plan  $\alpha$  et de la sphère  $S$ .
7. Déterminer l'équation cartésienne du plan  $\Pi$  contenant la droite  $d$  et le point  $T$ .

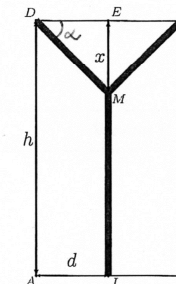
Mathématiques Normales 5B, 5I, 5J

Version B

### Problème 3

Contre une façade rectangulaire ABCD, on désire placer une gouttière en forme de Y pour évacuer les eaux de pluies recueillies en C et en D (voir figure ci-contre). I est le milieu de [AB] et  $d = \sqrt{7}$ .

1. Montrer que cette longueur  $L$  peut s'exprimer par la fonction  $L(x) = 2\sqrt{x^2 + 7} + h - x$
2. Déterminer la valeur de  $x$  pour que  $L(x)$  soit minimale.
3. Exprimer la longueur totale de tuyau en fonction de  $h$  et de l'angle  $\alpha = \angle MDE$ .



### Problème 4

Les jours où Serge va au LCC, il dîne avec Tim 3 fois sur 10, avec Luc 5 fois sur 10 et avec Jane 2 fois sur 10.

Les jours où Serge ne va pas au LCC, il dîne avec Tim 1 fois sur 5 et avec Jane 4 fois sur 5.

Par contre, il ne dîne jamais avec plusieurs d'entre-eux à la fois.

Serge a calculé que la probabilité qu'il dîne avec Jane est de 0,3

1. Justifier que la probabilité que Serge va au LCC est de  $\frac{5}{6}$ .
2. Calculer la probabilité qu'il dîne avec Tim.
3. Calculer la probabilité que s'il dîne avec Tim, il est au LCC.
4. Quelle est la probabilité que, durant 7 jours, il dîne 5 fois avec Jane ?
5. Calculer le nombre,  $n$ , de jours minimum pour que la probabilité qu'il dîne au moins une fois avec Jane soit supérieure à 99%.

FIN