CANTON DU VALAIS
KANTON WALLIS

Département de l'éducation, de la culture et du sport
Service de l'enseignement
Lycée - Collège des Creusets, Sion

Departement für Erziehung, Kultur und Sport
Dienststelle für Unterrichtswesen
Kollegium Creusets, Sitten

Examens de maturité 2012

Mathématiques Normales 5F, 5G, 5H	OS Économie et Droit	Version B

Problème 1

Soit la fonction $f(x) = \dfrac{2x^2 - 7x + 5}{2x - 1}$

1. Étudier la fonction puis en faire la représentation graphique (unité 2 carreaux).
2. Montrer que la fonction peut s'écrire $f(x) = x - 3 + \dfrac{2}{2x-1}$.
3. Calculer, à 10^{-2} près, l'aire du domaine de plan limité par la courbe représentative de f et l'axe des abscisses.

Problème 2 :

Dans l'espace E_3 muni d'un repère orthonormé, on considère le plan α : $x - 4y + 8z - 4 = 0$, les points $T(6; 4; -9)$, $C(5; -2; 9)$ et la droite d : $\begin{cases} x = 4 + \lambda \\ y = -8 + 6\lambda \\ z = -9 - \lambda \end{cases}$

1. Calculer l'angle aigu formé par la droite d et le plan α.
2. Écrire l'équation cartésienne de la sphère $\mathcal{S}$ de centre C et de rayon 19.
3. Vérifier que le point T appartient à la sphère $\mathcal{S}$ puis déterminer l'équation cartésienne du plan β tangent à $\mathcal{S}$ au point T.
4. Calculer les coordonnées du point$A$, projection orthogonale du point C sur le plan α.
5. Calculer la distance du point C au plan α puis vérifier que le plan α coupe la sphère $\mathcal{S}$
6. Déterminer le centre et le rayon ρ du cercle d'intersection du plan α et de la sphère $\mathcal{S}$.
7. Déterminer l'équation cartésienne du plan Π contenant la droite d et le point T.

Rue St-Guérin 34, 1950 Sion / Rue St-Guérin 34, 1950 Sitten
Tél./Tel. 027 606 78 60 · Télécopie/Fax 027 606 78 64 · e-mail: secretariat@creusets.net

Problème 3

Soit $M = \begin{pmatrix} -27 & 72 & -12 \\ -8 & 21 & -4 \\ 8 & -24 & 1 \end{pmatrix}$ et $H = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

1. Calculer, quand cela est possible, $H \cdot M$ et $M \cdot H$
2. Déterminer le noyau de l'application linéaire associée à la matrice $H \cdot M$, ainsi que la dimension de son image.
3. Montrer que le polynôme caractéristique de l'endomorphisme m associé à M est $\lambda^3 + 5\lambda^2 + 3\lambda - 9$, puis déterminer les valeurs propres de m.
4. Déterminer les sous-espaces propres de m et donner la matrice de changement de base (matrice de passage) qui permette d'associer à m la matrice $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

Problème 4

Les jours où Serge va au LCC, il dîne avec Tim 3 fois sur 10, avec Luc 5 fois sur 10 et avec Jane 2 fois sur 10.
Les jours où Serge ne va pas au LCC, il dîne avec Tim 1 fois sur 5 et avec Jane 4 fois sur 5.
Par contre, il ne dîne jamais avec plusieurs d'entre eux à la fois.
Serge a calculé que la probabilité qu'il dîne avec Jane est de 0,3

1. Justifier que la probabilité que Serge va au LCC est de $\dfrac{5}{6}$.
2. Calculer la probabilité qu'il dîne avec Tim.
3. Calculer la probabilité que s'il dîne avec Tim, il est au LCC.
4. Quelle est la probabilité que, durant 7 jours, il dîne 5 fois avec Jane ?
5. Calculer le nombre, n, de jours minimum pour que la probabilité qu'il dîne au moins une fois avec Jane soit supérieure à 99%.

FIN

Rue St-Guérin 34, 1950 Sion / Rue St-Guérin 34, 1950 Sitten
Tél./Tel. 027 606 78 60 · Télécopie/Fax 027 606 78 64 · e-mail: secretariat@creusets.net