

Examens de maturité 2012

APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES OS

Version B

Sauf indication, les résultats doivent être donnés avec 4 décimales.

Problème 1

Un biologiste, chargé de la surveillance de la pollution thermique d'une rivière, relève la température en °C toutes les heures entre 9h et 17h. Le relevé figure dans la table suivante :

Heure	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Température	24.2	25	28.4	29.3	30.3	30.2	27.2	25.8	23.9

- À l'aide de la méthode de Simpson, calculer la température moyenne T_m de l'eau entre 9h et 17h.
- Déterminer la température de l'eau à 9h30 et 10h15 à l'aide
 - d'une interpolation linéaire.
 - d'une interpolation quadratique.

Problème 2

On souhaite évaluer $I = \int_0^2 e^{\frac{1}{2}x^2} dx$ par la méthode des trapèzes.

- Estimer I avec $n = 5$ en arrondissant les valeurs à 5 chiffres significatifs.
- Déterminer le nombre minimum n d'intervalles pour que l'erreur soit inférieure à 0,001.

APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES OS

Version B

Problème 3

Soit l'équation $\ln x - x + 2 = 0$ (E)

- Grâce au théorème de Bolzano, montrer qu'il existe au moins une solution à cette équation dans $]0;1]$ et au moins une dans $[2;4]$.
- En utilisant la méthode du point fixe :
 - (E) est équivalente à $x = \ln x + 2$
 - Montrer que $h(x) = \ln x + 2$ admet un point fixe s_1 unique dans $[2;4]$.
 - Calculer s_1 à 10^{-5} près.
 - Montrer que (E) est équivalente à $x = e^{x-2}$
 - Montrer que $g(x) = e^{x-2}$ admet un point fixe s_2 unique dans $]0;1]$.
 - Calculer s_2 à 10^{-5} près.

Problème 4

La série $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{25} - \frac{1}{36} + \dots$ converge vers $\frac{\pi^2}{12}$.

- Écrire, en langage python, une fonction *estimation*(n) qui calcule la somme des n premiers termes de la série.
- Écrire une fonction *transform*() dans laquelle le résultat de la fonction précédente est utilisé pour obtenir une estimation de π .

FIN