

## Examen de maturité 2014

Mathématiques	DF	5A, 5I, 5J, 5K	Version A
---------------	----	----------------	-----------

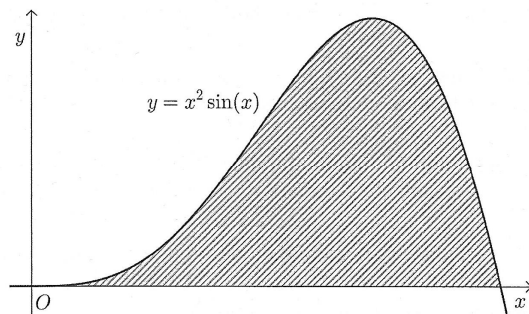
1. Étudier la fonction

$$f(x) = \frac{1}{\ln\left(\frac{x}{2}\right)}$$

et la représenter (unité : 4 carrés).

2. a) Déterminer l'aire de la surface hachurée dans la figure ci-dessous.

b) Déterminer l'équation de la droite tangente à la courbe  $y = x^2 \sin(x)$  au point d'abscisse égale à 2.



Mathématiques	DF	5A, 5I, 5J, 5K	Version A
---------------	----	----------------	-----------

3. Considérer le point  $A(18; -19; -7)$ , les droites

$$b : \begin{cases} x = 14 + 4k \\ y = -14 - 5k \\ z = -4 - 3k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad c : \begin{cases} x = 3 + 2n \\ y = 5n \\ z = 1 + n \end{cases}, \quad n \in \mathbb{R}$$

ainsi que les plans

$$\alpha : x - y + z - 4 = 0 \quad \text{et} \quad \beta : x - y + 3z - 20 = 0$$

- Déterminer la position relative des droites  $b$  et  $c$ . Si les droites sont sécantes, déterminer les coordonnées du point d'intersection.
- Déterminer la position relative des plans  $\alpha$  et  $\beta$ . Si les plans sont sécants, déterminer l'équation de leur droite d'intersection.
- Déterminer la position relative de la droite  $b$  et du plan  $\beta$ . Si la droite coupe le plan, déterminer les coordonnées du point d'intersection.
- Montrer que le point  $A$  appartient à la droite  $b$  et déterminer le plan  $\gamma$  qui contient le point  $A$  et qui est orthogonal à la droite  $b$ .
- Calculer l'angle aigu  $\phi$  formé par la droite  $c$  et le plan  $\alpha$ .
- Déterminer le point  $D$ , symétrique du point  $A$  par rapport au plan  $\alpha$ . (le segment  $[AD]$  admet le plan  $\alpha$  pour plan médiateur).

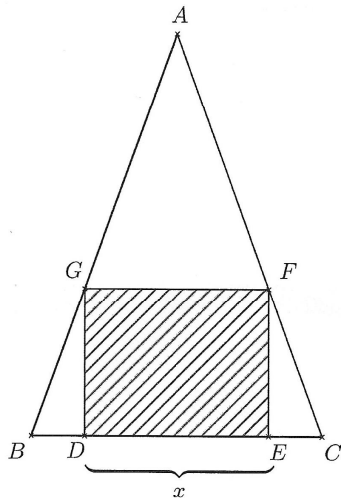
Mathématiques	DF	5A, 5I, 5J, 5K	Version A
---------------	----	----------------	-----------

4. Considérer le triangle  $\triangle ABC$  isocèle de sommet  $A$ . La mesure de l'angle au sommet vaut  $\alpha = 40^\circ$  et celle de la base  $BC$  vaut 20 centimètres. Dans ce triangle, on inscrit un rectangle  $DEFG$ .

- Déterminer l'aire du triangle  $\triangle ABC$ .
- Montrer que l'aire du rectangle  $DEFG$  s'écrit approximativement

$$A(x) \approx 1.37(20x - x^2)$$

- Déterminer les dimensions du rectangle  $DEFG$  dont l'aire est optimale. Vérifier qu'il s'agit d'un maximum.



Mathématiques	DF	5A, 5I, 5J, 5K	Version A
---------------	----	----------------	-----------

5. Neuf pièces de monnaie sont pipées de sorte que la probabilité d'obtenir un PILE pour chacune d'entre elle vaille deux tiers.

- On lance les neuf pièces. Calculer la probabilité d'obtenir sept fois PILE et deux fois FACE.
- On lance trois pièces. Combien de PILE puis-je espérer ?

Une dixième pièce parfaitement équilibrée est rajoutée.

- On lance une pièce prise au hasard et on obtient FACE. Calculer la probabilité qu'il s'agisse de la pièce équilibrée.
- On jette deux pièces prises au hasard parmi les dix. Calculer la probabilité d'obtenir deux fois PILE ?

FIN