

## Examen de maturité 2015

Mathématiques	DF (Économie)	5F	Version A
---------------	---------------	----	-----------

1. a) Étudier la fonction

$$f(x) = (4 - x^2) \cdot e^{\frac{x}{4}}$$

et la représenter (unité : 1 carré).

- b) Calculer l'aire du domaine borné limité par la courbe d'équation  $y = f(x)$  et l'axe des abscisses  $Ox$ .

Mathématiques	DF (Économie)	5F	Version A
---------------	---------------	----	-----------

2. Relativement à un repère orthonormé  $\mathcal{R} = (O, I; J; K)$ , considérer les points

$$A(3; -1; 3)$$

$$B(5; 1; -1)$$

$$C(9; 3; 1)$$

ainsi que la droite

$$d : \begin{cases} x = -1 + 6k \\ y = 7 - 2k \\ z = k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Déterminer l'équation cartésienne du plan  $\alpha$ , perpendiculaire à la droite  $d$  et passant par le point  $A$ .
- Montrer que le triangle  $ABC$  est isocèle et déterminer le point  $F$  tel que  $ABCF$  soit un losange.
- Calculer l'aire du triangle  $ABC$ .
- Calculer l'angle aigu  $\phi$  formé par la droite  $(OA)$  et le plan  $\alpha$ .
- Considérer le plan  $\beta$  qui contient la droite  $d$  et le point  $C$ . Déterminer l'équation cartésienne de la sphère  $\Sigma$  tangente au plan  $\beta$  et dont le centre est le milieu du segment  $[AB]$ .

3. Considérer l'endomorphisme  $f$  défini par

$$f((x; y; z)) = (2x - 80y + 60z; 34y - 24z; 48y - 34z)$$

- Déterminer  $\text{Ker}(f)$  et  $\text{Im}(f)$  et donner leurs dimensions.
- Si cela est possible, déterminer une base dans laquelle la matrice associée à  $f$  est diagonale et donner cette matrice diagonale.

4. Pour clore un repas, un restaurateur propose un dessert sucré (un succulent fondant au chocolat) ou une assiette de fromages (de nos alpages). Les convives doivent choisir un de ces deux plats. Les hommes qui fréquentent ce restaurant préfèrent trois fois sur cinq le fromage et les femmes prennent quatre fois sur cinq le dessert au chocolat. On sait, de plus, que deux convives sur trois sont masculins.

- Montrer que la probabilité qu'un convive, tiré au hasard, choisisse l'assiette de fromages vaut  $\frac{7}{15}$ .
- Le premier repas de la soirée s'est terminé par un dessert sucré. Calculer la probabilité qu'il ait été pris par une femme.
- Cinq personnes mangent à une autre table. Quelle est la probabilité qu'exactement deux d'entre elles commandent l'assiette de fromages ?
- Trois amies se retrouvent dans ce restaurant pour fêter un anniversaire. Combien de desserts sucrés le restaurateur doit-il s'attendre à servir à ces dames ?
- Il ne reste plus qu'un seul fondant au chocolat que le restaurateur devra jeter s'il n'est pas consommé ce soir. Combien de clients au minimum devra encore accepter ce restaurateur s'il veut être sûr à 99% de servir ce dernier dessert ?

FIN