

Examens de maturité 2015

Mathématiques Renforcées 5A, 5E

Version A

Problème 1

Soit la fonction $f(x) = (2x + 1)e^{-x+1}$.

1. Étudier la fonction et en faire la représentation graphique (unité 2 carreaux).
2. Calculer l'aire comprise entre la courbe représentative de la fonction f et l'axe O_x de 0 à $+\infty$

Problème 2

Une population d'insectes est attaquée par un parasite. Un recensement de cette population a été mené durant cinq semaines comme l'indique le tableau suivant :

Semaine t	0	1	2	3	4
Population $p(t)$	1280	600	320	140	80

On voit bien que l'évolution de la population suit une loi exponentielle décroissante du type :

$$p(t) = \beta \cdot e^{\alpha t} \quad (t \text{ en semaine})$$

Donner tous les résultats à 10^{-2} près.

1. Déterminer α et β par la méthode des moindres carrés après avoir linéarisé le problème.
2. En déduire une estimation de la population après cinq semaines.

(Rappel pour la méthode des moindres carrés :

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k y_k - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k^2 - \bar{x}^2} \quad \text{et } b = \bar{y} - a \bar{x}$$

Mathématiques Renforcées 5A, 5E

Version A

Problème 3

Dans l'espace E_3 muni d'un repère orthonormé, on considère le point $A(3; 8; 2)$, le plan $\pi : x - y + 2z + 2 = 0$ et les droites $d : \begin{cases} x=3+8\lambda \\ y=5-9\lambda \\ z=1-5\lambda \end{cases}$ et $e : \begin{cases} x=-7+9k \\ y=k \\ z=30-16k \end{cases}$ avec $\lambda, k \in \mathbb{R}$.

1. Montrer que les droites d et e sont gauches.
2. Montrer que l'équation cartésienne du plan α contenant la droite d et le point A est $3x - 4y + 12z - 1 = 0$.
3. Déterminer l'équation cartésienne du plan β contenant A et perpendiculaire à la droite e .
4. Calculer l'angle γ entre la droite e et le plan α .
5. Déterminer les équations paramétriques de la droite $f = \alpha \cap \pi$.

Problème 4

Soit h un endomorphisme de \mathbb{R}^3 défini par :

$$h((x; y; z)) = (x + 3y; 2x + y + 2z; 2x - y + 3z)$$

1. Montrer que h est bijective.
2. Déterminer sa réciproque ${}^r h$.

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

3. Déterminer A^n .

Problème 5

Un étudiant fait le trajet de la gare de Sion au LCC en 12 minutes. Sur le parcours, il y a 3 feux non synchronisés. Pour chaque feu, la probabilité qu'il soit vert est de $\frac{2}{3}$. Un feu vert ne le ralentit pas alors qu'un rouge ou orange, lui fait perdre 1 minute.

1. Soit T la variable aléatoire « temps en minute mis par l'élève pour se rendre au collège ». Quelle est la loi de probabilité de T ?
2. Quelle est la durée moyenne du parcours ?
3. L'élève part de la gare 13 minutes avant le début des cours. Quelle est la probabilité d'arriver en retard ?
4. Si le premier feu est rouge, quelle est la probabilité qu'il soit en retard ?
5. Sur une semaine (5 jours), quelle est la probabilité qu'il soit au moins une fois en retard ?

FIN